

David Neves Silva

ANÁLISE DE INCERTEZA ASSOCIADA A ESTRUTURAS DE MADEIRA

Monte da Caparica

2010



ANÁLISE DE INCERTEZA ASSOCIADA A ESTRUTURAS DE MADEIRA

David Neves Silva

(Licenciado em Engenharia Civil)

Dissertação para obtenção do grau de Mestre em Engenharia Civil – Estruturas e Geotecnia
pela Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa

Orientador: Doutor Luís Armando Canhoto Neves

Júri:

Presidente: Doutor João Carlos Gomes Rocha de Almeida

Vogais: Doutor Jorge Manuel Gonçalves Branco

Doutor Luís Armando Canhoto Neves

Monte da Caparica

Julho de 2010

Não é porque certas coisas são difíceis, que nós não ousamos.
É justamente porque não ousamos, é que tais coisas são difíceis!

Sêneca (filósofo romano, 4AC-65DC)

RESUMO

Uma estrutura em madeira, como qualquer tipo de estrutura, está sujeita a erros e acções accidentais de várias naturezas que podem, ou não, resultar em danos de várias magnitudes. Tendo presente que para além dos erros comuns a outros tipos de estruturas, a madeira como material natural, apresenta uma alta variabilidade de singularidades (como bolsas de resina e nós), tornando-se interessante um estudo probabilístico à segurança numa estrutura deste tipo, considerando o efeito de erros e acções accidentais.

No presente trabalho apresenta-se uma avaliação probabilística de diferentes sistemas estruturais para madres de cobertura em madeira, fazendo-se uma avaliação da robustez estrutural dos vários sistemas.

Recorrendo às recomendações do código modelo do *Joint Committee on Structural Safety* (JCSS, 2000, 2001a, 2001b, 2006), foi possível modelar probabilisticamente tanto as acções actuantes na estrutura como os vários parâmetros que influenciam a resistência da madeira, e obter o índice de fiabilidade dos vários elementos estruturais, bem como de toda a estrutura. Para a obtenção dos vários índices de fiabilidade recorreu-se ao método de Monte Carlo.

A principal preocupação do presente trabalho prendeu-se com o estudo à robustez estrutural, para tal estabeleceu-se uma comparação entre os índices de fiabilidade da estrutura intacta, e desta considerando diferentes cenários de dano. Desta forma foi possível determinar quais os danos localizados que provocam maior redução da segurança global da estrutura, assim como quais os sistemas estruturais mais susceptíveis a erros.

Não se podendo estabelecer paralelismos nos resultados dos vários sistemas estudados, em termos de fiabilidade estrutural, foi a partir da análise de risco que essa comparação foi realizada, e as vantagens e desvantagens de cada sistema avaliadas.

Palavras-chave: Estruturas de Madeira, Análise Probabilística, Fiabilidade Estrutural, Método de Monte Carlo e Robustez.

ABSTRACT

A timber structure, like any type of structure, is subject to errors and accidental action that may or may not result in damage of different magnitudes. Bearing in mind that, besides the errors common to other types of structures, natural materials like wood, shows a high variability of singularities (such as pitch pockets and knots), making the safety analysis probabilistic of such a structure particularly interesting.

In this paper a probabilistic assessment of different structural systems for timber purlins is presented, based on the analysis of the structural robustness of various systems.

Using the recommendations of the Model Code of Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2000, 2001a, 2001b, 2006), it was possible to model probabilistically both loads acting on the structure and the various parameters that influence the resistance of wood, and obtain the reliability index of the various structural elements, as well as, of the entire structure. To obtain the various indices of reliability the Monte Carlo simulation was used.

The main concern of this study is to study the structural robustness, for this a comparison between the reliability indices of the intact structure, and that considering different damage scenarios was established. Thus it was possible to determine which localized damage cause large reduction of global structural safety, as well as what the structural systems most susceptible to errors.

Although parallels between the results of various systems studied in terms of structural reliability cannot be established, comparison was based on the analysis of risk, and the advantages and disadvantages of each system evaluated.

Keywords: Timber structures, Probabilistic Analysis, Structural Reliability, Monte Carlo simulation and Robustness.

AGRADECIMENTOS

Todo este trabalho é dedicado àqueles que contribuíram, de uma forma directa e indirecta, para que fosse realizado. A todos deixo aqui o meu sincero, obrigado.

Em primeiro lugar agradeço ao Prof. Doutor Luís Neves, pela sua orientação, apoio e partilha de conhecimento, valiosos para o trabalho. Principalmente ao seu incessante perfeccionismo e rigor, essenciais para garantir a qualidade que desejava alcançar.

A todos os membros do júri, agradeço pelo tempo dispendido na análise da dissertação, bem como todos os reparos efectuados, que permitiram melhorar o trabalho.

Não tendo um contributo directo, agradeço aos amigos que nunca deixaram de me apoiar, especialmente ao José Meliço, Ricardo Cardoso e Tiago Correia que incansavelmente manifestaram o seu interesse pelo tema abordado.

Por fim, e não menos importante, deixo o meu reconhecimento à minha família pela força que me transmitiu, pois foram eles que estiveram por perto todos os dias.

ÍNDICE GERAL

Resumo	iii
Abstract	v
Agradecimentos.....	vii
Índice Geral	ix
Índice de Figuras	xiii
Índice de Tabelas.....	xvii

Capítulo 1

Introdução	1
1.1 – Aspectos Gerais.....	1
1.2 – Objectivos e Estruturação	3

Capítulo 2

Segurança Estrutural e Robustez.....	5
2.1 – Aspectos Gerais.....	5
2.2 – Segurança Estrutural	6
2.3 – Princípios de Fiabilidade Estrutural	9
2.3.1 – Distribuições Probabilísticas	15
2.4 – Métodos de Fiabilidade (Simplificados e Monte Carlo).....	16
2.5 – Fiabilidade de Sistemas Estruturais	23
2.5.1 – Sistemas em Série.....	24
2.5.2 – Sistemas em Paralelo	25
2.5.3 – Sistemas Mistos.....	25

2.6 – Robustez.....	26
2.6.1 – Métodos Simplificados	27
2.6.1.1 – Análise e Decisão	32
2.6.1.2 – Quantificação da Robustez.....	32
2.6.2 – Método de Análise de Risco.....	34
2.6.2.1 – Análise e Decisão	35
2.6.2.2 – Quantificação da Robustez.....	36

Capítulo 3

Modelação de Acções e Resistências	39
3.1 – Aspectos Gerais.....	39
3.2 – Modelação das Acções	40
3.2.1 – Acções Permanentes	41
3.2.2 – Acções Variáveis.....	41
3.3 – Modelação das Propriedades dos Materiais.....	44
3.4 – Modelação das Resistências.....	46
3.5 – Modelação da Segurança Estrutural	48
3.5.1 – Combinação de Acções	52

Capítulo 4

Exemplo.....	55
4.1 – Aspectos Gerais.....	55
4.2 – Caracterização do Problema	56
4.3 – Modelação Estrutural	57
4.4 – Definição de Acções	58
4.5 – Definição de Resistências	60
4.6 – Robustez Estrutural.....	61
4.6.1 – Avaliação Semi-probabilística	61
4.6.2 – Avaliação Probabilística	65

4.6.2.1 – Análise ao Colapso Progressivo	73
4.7 – Análise do Risco	83
4.8 – Considerações Finais.....	87
 Capítulo 5	
Conclusões	89
 Bibliografia.....	
91	
 Anexos.....	
95	
 Anexo A	
Esforços de Cálculo para Carga Uniformemente Distribuída.....	A.1

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 – Exemplos de rotura de estruturas em madeira: a) Ringue de patinagem em Bad Reichenhall (Rolf, 2008); b) Pista de Ciclismo (Siemens Arena) em Ballerup (Munch-Andersen, 2009)	2
Figura 2.1 - Representação da zona de rotura por sobreposição das funções densidade de probabilidade do efeito das acções (S) e da resistência (R) (adaptado de Faber, 2007)	10
Figura 2.2 - Função de densidade de probabilidade conjunta das acções e resistências, bem como da função estado limite separando as zonas de rotura e segurança (adaptado de Lemaire, 2005)	12
Figura 2.3 - Representação do índice de fiabilidade (β) (adaptado de Faber, 2007).....	13
Figura 2.4 - Índice de fiabilidade pela distribuição normal reduzida (adaptado de Lemaire, 2005).....	13
Figura 2.5 - Representação da função estado limite g^* , antes (a) e depois (b) da transformação de distribuição probabilística, para obtenção do índice de fiabilidade, β (adaptado de Faber, 2007)	17
Figura 2.6 - Representação do método de aproximação <i>FORM</i> (adaptado de Faber, 2007)	18
Figura 2.7 – Representação do método de aproximação <i>SORM</i> (adaptado de Lemaire, 2005)	20
Figura 2.8 - Histograma dos valores pseudo-aleatórios, com sobreposição da distribuição probabilística pretendida	20
Figura 2.9 - Representação da simulação de Monte Carlo (adaptado de Lemaire, 2005)	21
Figura 2.10 - Sobreposição dos Histogramas das resistências com o do efeito das acções	22
Figura 2.11 - Sistema em série (Henriques, 1998)	24

Figura 2.12 - Sistema em paralelo (Henriques, 1998)	25
Figura 2.13 - Sistema misto (Henriques, 1998)	26
Figura 2.14 – Exemplos de colapso progressivo: a) Edifício Ronan Point; b) Edifício Federal Alfred P. Murrah.....	27
Figura 2.15 - Causas de erros e roturas (Kaminetzshy, 1991).....	28
Figura 2.16 - Ponte Confederação, Canadá.....	31
Figura 2.17 - Diagrama de Framer, 1967: Probabilidade vs Gravidade (adaptado de Lemaire, 2005).....	34
Figura 2.18 - Árvore de eventos para a quantificação da robustez (Baker et al., 2008)	36
Figura 3.1 – Carregamentos a considerar para a acção da neve, em telhados de duas águas (adaptado CEN, 2003a).....	42
Figura 3.2 – Valor do parâmetro μ_1 (CEN, 2003a)	43
Figura 3.3 - Valor Z, para a Península Ibérica (adaptado CEN, 2003a).....	44
Figura 3.4 - Fenómeno do bambeamento; a) carregamento aplicado; b) deformação com corte A-A transversal (adaptado de Branco, 2006)	49
Figura 3.5 - Tensões de corte que podem ocorrer na madeira: a) corte, b) deslizamento longitudinal, c) deslizamento transversal, (Branco, 2006).....	51
Figura 3.6 - Eixos considerados para flexão desviada (CEN, 2003b)	52
Figura 4.1 - Esquema geral do armazém (adaptado de Dietsch, 2003).....	56
Figura 4.2 – Esquema construtivo: a) madre contínua; b) madre simplesmente apoiada.....	56
Figura 4.3 – Geometria das madres: a) madre sujeita a flexão simples; b) madre sujeita a flexão desviada.....	57
Figura 4.4 - Modelo estrutural para a madre contínua	58
Figura 4.5 - Modelo estrutural para a madre simplesmente apoiada	58
Figura 4.6 - Processo de obtenção do parâmetro b numa distribuição Gamma, sabendo o valor característico ($S_k = 1,0$) e o parâmetro a de 6,25	59
Figura 4.7 - Secções Críticas - a) madre contínua e b) madre simplesmente apoiada	62
Figura 4.8 - Fluxograma do algoritmo de simulação de Monte Carlo.....	66

Figura 4.9 - Gráfico dos resultados da análise probabilística para a madre contínua	72
Figura 4.10 - Gráfico dos resultados da análise probabilística para a madre simplesmente apoiada	72
Figura 4.11 - Esquema de Rotura para o Caso 1.1	75
Figura 4.12 - Esquema de Rotura para o Caso 1.2	75
Figura 4.13 - Esquema de Rotura para o Caso 1.3 (1ª Parte)	76
Figura 4.14 - Esquema de Rotura para o Caso 1.3 (2ª Parte)	77
Figura 4.15 - Resultados para cada caso de estudo	79
Figura 4.16 - Exemplo de nome atribuído - A e B (a), 1 e 2 (b)	80
Figura 4.17 - Secções críticas consideradas: Madre Contínua (a); Madre Simplesmente Apoiada (b).....	80
Figura 4.18 - Resultados da Análise Probabilística ao colapso progressivo para o Caso 1.1	81
Figura 4.19 - Resultados da Análise Probabilística ao colapso progressivo para o Caso 1.2	81
Figura 4.20 - Resultados da Análise Probabilística ao colapso progressivo para o Caso 1.3	82
 Figura A.1 - Modelo de cálculo, numeração das madres e sentido, para a madre contínua.....	A.1
Figura A.2 - Modelo de cálculo, numeração das madres e sentido, para a madre simplesmente apoiada	A. 1

ÍNDICE DE TABELAS

Tabela 2.1 - Definição de classes de consequências (CEN, 2001).....	10
Tabela 2.2 - Valores mínimos recomendados para o índice de fiabilidade, β , para ELU (CEN, 2001).....	14
Tabela 2.3 - Índice de fiabilidade mínimo para ELU, num período de referência de um ano (JCSS, 2000)	14
Tabela 2.4 - Distribuições probabilísticas (adaptado de Faber, 2007)	16
Tabela 3.1 - Classe de duração da acção, com exemplo (adaptado CEN, 2003b)	40
Tabela 3.2 - Coeficiente de variação (COV) do peso próprio de diferentes materiais estruturais (adaptado de JCSS, 2001a)	41
Tabela 3.3 - Valor recomendado de C_e , para as várias topografias (adaptado CEN, 2003a)	43
Tabela 3.4 - Valores do K_{mod} , coeficiente que atende o efeito da duração da acção e o teor de água do ambiente circundante, para lamelados colados (adaptado CEN, 2003b)	45
Tabela 3.5 - Coeficientes parciais de segurança, γ_M (adaptado CEN, 2003b).....	46
Tabela 3.6 - Distribuições probabilísticas adoptadas, relação com os valores de referência (adaptado de JCSS, 2006)	47
Tabela 3.7 - Matriz de correlação entre as várias propriedades da madeira (JCSS, 2006)	48
Tabela 3.8 - Comprimento efectivo de vigas (adaptado CEN, 2003b)	50
Tabela 4.1 - Peso próprio dos materiais utilizados	58
Tabela 4.2 - Tabela resumo das características das acções	60

Tabela 4.3 - Tabela resumo dos parâmetros do Material.....	61
Tabela 4.4 - Casos de estudo, devido a danos ou imperfeições	62
Tabela 4.5 - Resultados das Verificações feitas aos Casos em que a estrutura está intacta	63
Tabela 4.6 - Resultados das Verificações feitas aos Casos em que a estrutura sofreu de algum dano ou imperfeição	64
Tabela 4.7 – Resultados da Análise Probabilística com a estrutura intacta	69
Tabela 4.8 - Resultados da Análise Probabilística em que a estrutura sofreu algum dano.....	71
Tabela 4.9 - Casos adicionais para a Análise de Risco	84
Tabela 4.10 - Resultados da Análise de Risco para cada caso de estudo	85
Tabela 4.11 - Resultados da Análise de Risco para o colapso de pórticos	86
Tabela 4.12 - Resultados da Análise de Risco para o colapso de troços.....	86
Tabela A.1 - Esforços para a Madre Contínua.....	A.2
Tabela A.2 - Esforços para a Madre Simplesmente Apoiada.....	A.3
Tabela A.3 - Esforços para o Caso 1.1	A.4
Tabela A.4 - Esforços para o Caso 1.2.....	A.5
Tabela A.5 - Esforços para o Caso 1.3.....	A.6
Tabela A.6 - Esforços para o Caso 1.4.....	A.7
Tabela A.7 - Esforços para o Caso 1.5.....	A.8
Tabela A.8 - Esforços para o Caso 2.1	A.9
Tabela A.9 - Esforços para o Caso 2.2.....	A.10

CAPÍTULO 1

INTRODUÇÃO

1.1 – Aspectos Gerais

A madeira foi provavelmente o primeiro material estrutural a ser utilizado pelo Homem. Sendo um material capaz de resistir quer a compressões quer a tracções, a madeira apresenta-se como um material muito versátil em soluções estruturais. O seu baixo peso, considerável durabilidade e elevada razão resistência / peso, torna-a ideal em inúmeras situações.

Nos últimos anos, têm vindo a manifestar-se uma crescente preocupação em questões ambientais, e em particular, com a sustentabilidade do património construído. Neste aspecto, a madeira como material estrutural, tem enormes vantagens sobre o betão ou o aço. Além de requerer menor quantidade de energia na produção, a madeira é facilmente reciclável, e se tal não for possível, é degradável.

Uma das principais aplicações da madeira como solução estrutural é a construção de coberturas, em particular para grandes vãos. Esta solução é cada vez mais comum em países no Norte e Centro da Europa, como sejam a Suécia, a Dinamarca ou a Alemanha.

No entanto, um conjunto de acidentes recentes vieram mostrar que devem existir cuidados específicos com as estruturas de madeira. Em Janeiro de 2006, um ringue de patinagem em Bad Reichenhall (Alemanha) usando um sistema estrutural na cobertura em madeira e com mais de 50 pessoas no seu interior, colapsou na sequência de uma série de grandes nevões, matando 13 pessoas e ferindo 36 (Figura 1.1 – a). Devido a uma série de erros de projecto e construção, levou ao colapso de duas asnas na cobertura da pista de ciclismo *Siemens Arena* em Ballerup (Dinamarca) em Janeiro de 2003 (Figura 1.1 – b). Sendo o colapso de estruturas um evento raro, estes acontecimentos tiveram enorme impacto. Mais ainda, porque as consequências dos acidentes foram extremamente graves comparadas com a causa inicial, associada a erros de projecto e execução localizados.



(a)



(b)

Figura 1.1 – Exemplos de rotura de estruturas em madeira: a) Ringue de patinagem em Bad Reichenhall (Rolf, 2008); b) Pista de Ciclismo (Siemens Arena) em Ballerup (Munch-Andersen, 2009)

Assim, nasceu a motivação do presente trabalho, que surge com a pretensão de ser uma pequena contribuição técnica para o estudo de uma cobertura equiparável à de Bad Reichenhall ou Ballerup, e avaliar do ponto de vista da robustez estrutural vários sistemas para madres de cobertura.

Este trabalho surge inserido no projecto de investigação COST E55 (Dietsch, 2003) iniciado com o objectivo de melhorar os modelos utilizados no dimensionamento de estruturas de madeira, em particular em termos de robustez. No desenvolvimento deste projecto tornou-se evidente que a robustez só podia ser avaliada num contexto de risco (Baker et al. 2008). Com efeito, o objectivo de uma análise de robustez é avaliar quais as possíveis consequências de uma falha em função da probabilidade de ocorrência associada. Assim, as metodologias tradicionais de verificação de segurança, baseadas na limitação da probabilidade de ocorrência de qualquer dano, não são aplicáveis.

A análise probabilística destas estruturas foi realizada recorrendo ao método de simulação do tipo Monte Carlo, bem como a técnicas probabilísticas para tratamento de dados. A opção por este método de cálculo deveu-se à possibilidade de:

- Considerar a variabilidade dos parâmetros de uma forma pormenorizada;
- Obtenção de resultados mais consistentes e detalhados, nomeadamente o risco de colapso;

- Avaliação simultânea de diferentes modos de rotura e avaliação da probabilidade de rotura de sistemas estruturais.

1.2 – Objectivos e Estruturação

O presente estudo propõe-se a analisar várias soluções construtivas para madres de cobertura, nomeadamente a nível da fiabilidade estrutural. De uma forma sumária estabeleceram-se quatro objectivos gerais:

- 1) Apresentar o nível de conhecimento em métodos de segurança estrutural, nomeadamente em conceitos probabilísticos, fiabilidade, robustez estrutural e análise de risco;
- 2) Modelar acções e resistências de forma detalhada, recorrendo a recomendações do código modelo JCSS;
- 3) Implementação de um algoritmo de simulação de Monte Carlo para avaliação da segurança estrutural;
- 4) Avaliação de robustez estrutural dos diferentes sistemas das madres, assim como do risco associado a estas estruturas.

Para que tais objectivos fossem alcançados o presente estudo foi separado em cinco capítulos:

Capítulo 1 – Capítulo introdutório em que se apresenta sumariamente o âmbito do trabalho, os objectivos que se propõe alcançar, bem como um pequeno resumo dos capítulos que a compõem a presente dissertação.

Capítulo 2 – Apresenta-se o estado de conhecimento sobre a avaliação de segurança de estruturas, baseada em metodologias probabilísticas. Faz-se uma descrição de conceitos fundamentais de probabilidades, modelação de distribuições probabilísticas, geração e correlação de variáveis aleatórias, necessários à análise da segurança estrutural.

Capítulo 3 – Caracterizam-se as acções (permanentes e variáveis) e os parâmetros de resistências da madeira que serão empregues no capítulo seguinte. A modelação é feita quer probabilisticamente, recorrendo a distribuições de probabilidades, quer semi-probabilisticamente, utilizando coeficientes parciais de segurança.

Capítulo 4 – Apresenta-se um exemplo de aplicação, constituído por uma estrutura de um armazém em madeira (lamelados colados) composto por seis pórticos e dois sistemas

distintos para as madres de cobertura (contínuas e simplesmente apoiadas). Para a referida estrutura são descritos detalhadamente os parâmetros que definem quer as acções quer as resistências, de um ponto de vista probabilístico e semi-probabilístico. Na análise probabilística é descrito o programa de cálculo desenvolvido, usando técnicas baseadas no método de Monte Carlo. Para que, posteriormente, se trace um paralelismo de resultados, entre sistemas estruturais, é feito uma análise de risco.

Capítulo 5 – No final apresenta-se um confronto geral dos resultados obtidos, mais importantes. Neste último capítulo são ainda apresentadas as limitações dos resultados obtidos. Havendo essa limitação nos resultados, elabora-se uma lista de recomendações para possíveis trabalhos a realizar futuramente.

CAPÍTULO 2

SEGURANÇA ESTRUTURAL E ROBUSTEZ

2.1 – Aspectos Gerais

Um risco de colapso nulo numa estrutura é um objectivo impossível de atingir (Neves e Cruz, 2001). Este risco está associado à incerteza existentes nas acções e nas propriedades dos materiais, mas também às limitações dos modelos utilizados. Mais ainda, este risco pode ser substancialmente ampliado por erros, defeitos ou eventos negligenciados. Os erros e defeitos cometidos podem ter origem no planeamento, projecto ou execução, podendo resultar em consequências graves, incluindo a perda de vidas humanas. A única forma de atenuar essas consequências é considerando os erros e defeitos desde as primeiras fases do projecto.

Mesmo sabendo que não existem estruturas absolutamente seguras, algumas perguntas continuam a ser de difícil resposta, nomeadamente “Qual é o risco aceitável?” e “Qual é o preço que a sociedade está disposta a pagar para ter certo tipo de benefício?”.

Tendo em conta que a sociedade tem os seus próprios padrões de segurança, cada cliente apresenta os seus requisitos para uma obra, tais como:

- Ser económica, eficiente e servir o fim para que foi projectada.
- Satisfazer os requisitos de segurança.
- Satisfazer os requisitos de utilização.

A forma mais consistente de tratar um problema de segurança estrutural, baseia-se em métodos probabilísticos, e é dessas metodologias que nasce a noção de fiabilidade estrutural. De acordo com o Eurocódigo 0 (CEN, 2001), define-se fiabilidade como a *aptidão de uma estrutura ou de um elemento estrutural para satisfazer os requisitos especificados, incluindo o valor de cálculo do tempo de vida útil para o qual foi projectada. A fiabilidade é normalmente expressa em termos probabilísticos.*

Com o nível de fiabilidade definido, o tratamento que damos aos dados recolhidos, pode ir desde uma abordagem grosseira e rápida, a uma abordagem detalhada. Para além da abordagem escolhida, o nível de fiabilidade é variável ao longo do período de tempo para qual a estrutura foi projectada (vida útil da estrutura).

2.2 – Segurança Estrutural

Como referido anteriormente, na avaliação da segurança de uma dada estrutura, os factores que podem influenciar a segurança são sempre em grande número, quer sejam ao nível das acções ou das resistências. Para todos os valores que não sejam conhecidos, na sua totalidade, o procedimento corrente consiste em estimar um valor o mais realista possível, e tratá-lo consoante o método adoptado.

O modo como tratamos os factores que definem o comportamento da estrutura depende do método de análise que se adopte, que pode ir desde uma análise puramente determinística a uma puramente probabilística. Os quatro métodos de análise da segurança estrutural são (Neves e Cruz, 2001):

- 1) *Determinístico* – A variabilidade das acções e das resistências não é considerada de uma forma directa e separada, a contabilização da segurança é feita com um único factor, o coeficiente global de segurança. Embora largamente utilizado no passado, devido à sua fácil aplicação, na actualidade é considerado um método obsoleto.
- 2) *Semi-probabilístico* – Ao contrário do método determinístico, este é o método mais comum na actualidade, a sua aplicação é feita na maioria dos regulamentos actuais, como sejam os Eurocódigos. O método baseia-se na majoração das acções e na minoração das resistências, por coeficientes parciais de segurança. Os coeficientes parciais são definidos com base nas propriedades das variáveis aleatórias, e afectam quer os valores característicos quer os nominais.
- 3) *Probabilística simplificada* – A modelação das variáveis aleatórias é feita com base na média e no desvio padrão, sendo a dependência entre as diversas variáveis modelada pela matriz de covariância. Para o método em causa é definida uma função de estado limite, que toma valores positivos sempre que não ocorra falha no sistema, e negativa caso contrário. A segurança estrutural é traduzida pela probabilidade de falha.
- 4) *Probabilístico* – Todos os parâmetros que não sejam conhecidos com rigor, são modelados como variáveis aleatórias. As distribuições para as variáveis são

propostas por observações realizadas anteriormente. A quantidade de informação necessária neste método, é em geral, incompatível com uma utilização corrente.

Entre estes quatro métodos, os que apresentam maior relevância para a Engenharia actual são os métodos, semi-probabilístico e probabilístico.

Como referido anteriormente, o método semi-probabilístico é o mais utilizado nos regulamentos, sendo por consequência o método com maior aplicação. É um método expedito mas contudo com rigor suficiente para utilização corrente. No entanto existem situações onde a sua aplicação é complexa, nomeadamente: sempre que se estude um comportamento não-linear, seja necessário aumentar a margem de segurança ou a vida útil da estrutura, ou fazer uma análise a uma estrutura já existente (Neves e Cruz, 2001).

O método probabilístico é baseado na caracterização das acções e parâmetros dos materiais, através de variáveis aleatórias. Para isso, consideram-se as distribuições reais das propriedades mecânicas dos materiais, das acções e dos seus efeitos, assim como de todos os parâmetros que se apresentem relevantes. Depois de caracterizadas as acções e a resposta correspondente, define-se a segurança estrutural em termos da probabilidade de falha do sistema. O valor admissível para se definir que a estrutura é aceitável depende da importância, das consequências da rotura e do custo para aumentar a segurança da estrutura.

Como já vinha sido referido, independentemente do método de cálculo que se adopte, o nível aceitável de segurança não deve ser igual para todas as estruturas e em todas as situações. Com efeito, o nível de segurança adequado depende do fim a que se destina a estrutura bem como das consequências associadas a um cenário de rotura ou do período de vida útil que a mesma apresenta.

A verificação do comportamento previsível da solução estrutural, sujeito a um sistema de acções (ou combinação destas) passíveis de actuar na estrutura, designa-se por estado limite. Sendo definido no Eurocódigo 0 (CEN, 2001) como sendo: *estado para além do qual a estrutura deixa de satisfazer os critérios de projecto relevantes*.

Os regulamentos em vigor em Portugal, separam os estados limites em dois níveis de exigência: estado limite de utilização e estado limite último.

- Estado Limite de Utilização (ELUt) – por definição é o *estado que corresponde às condições para além das quais os requisitos de utilizações específicas para uma estrutura, ou parte dela, deixam de ser satisfeitos* (CEN, 2001). Sendo na prática o limite ao qual a estrutura, ou parte dela, apresenta um conjunto de situações que a

deixam fora de serviço, associado geralmente a razões de funcionalidade, durabilidade ou estética.

- Estado Limite Último (ELU) – associado a cenários onde a estrutura, ou parte dela, atingiu o colapso, colocando pessoas e equipamentos em risco. Colapso esse que pode advir da perda por equilíbrio estático, rotura devida a tensões elevadas nos materiais, instabilidade resultante de efeitos de segunda ordem ou fadiga (Henriques, 1998). Sendo definido no Eurocódigo 0 (CEN, 2001) como sendo: *estado associado ao colapso ou a outras formas semelhantes de ruína estrutural*.

O código modelo JCSS (2000) define a utilização de diferentes níveis de segurança mínimos para a análise dos estados limites últimos, em função de dois parâmetros base: as consequências da rotura (ρ) e os custos relacionados com o aumento de segurança.

As consequências da rotura (ρ) podem ser obtidas através da razão entre os custos totais (custos da construção somados aos custos de uma eventual rotura) e os custos da construção. Assim, segundo o código modelo do JCSS (2000), é possível estabelecer as seguintes classes:

- 1) *Consequências reduzidas* ($\rho < 2$) – as perdas humanas e materiais são consideradas pequenas ou com pouca expressão, como sejam estruturas de carácter agrícola;
- 2) *Consequências moderadas* ($2 < \rho < 5$) – as perdas humanas associadas à rotura são médias e as perdas materiais consideráveis. Como exemplo pode considerar-se os edifícios de habitação, escritórios e indústrias;
- 3) *Consequências graves* ($\rho > 5$) – as perdas humanas e materiais que resultam da rotura são elevadas. Como exemplos podem considerar-se hospitais, grandes pontes e salas de espectáculos.

Para uma estrutura com ρ superior a 10 (como é exemplo barragens ou centrais nucleares), o regulamento aconselha a execução de uma análise custo / benefício cuidada, pois trata-se de consequências de rotura extremas que, em última análise, podem conduzir à opção de não se construir tal estrutura.

Como referido, para que se obtenha o índice de fiabilidade mínimo, numa abordagem pelo código modelo JCSS (2000), é necessário que se defina também o custo associado ao aumento da segurança. Sendo este, fortemente influenciado por factores como as incertezas envolvidas no cálculo das variáveis básicas (definidos pelo coeficiente de variação), o controlo de qualidade (para novas edificações) ou inspecção (para estruturas existente), ou mesmo a vida útil da estrutura.

Para o efeito, o código (JCSS, 2000) define três classes: *A* – custos elevados; *B* – custos normais; *C* – custos reduzidos. Em que, a única classe que é amplamente definida seja a *B*, estando associada quer às acções quer às resistências a uma variabilidade média (com coeficientes de variação compreendidos entre 0,1 e 0,3) em períodos usuais de vida útil para uma estrutura (cinquenta anos). Deixando por definir quais os limites a considerar para as restantes classes (*A* e *C*).

Sempre que seja necessário um aumento da segurança estrutural, isso implica um acréscimo nos custos, sendo que, na generalidade dos casos isso provoque uma diminuição na variabilidade das variáveis básicas. No entanto, permanece a dificuldade de gerar uma regra geral para o relacionamento da qualidade vs fiabilidade, a empregar numa dada estrutura.

2.3 – Princípios de Fiabilidade Estrutural

A fiabilidade pode ser definida como a aptidão da estrutura para desempenhar devidamente as funções para as quais foi projectada, ao longo da sua vida útil. Esta pode ser traduzida pela probabilidade de não violação dos estados limites.

No entanto, a probabilidade de rotura, medida fundamental da segurança estrutural, é, em geral, difícil de calcular, o que leva vários autores a referir que esta análise requer um conhecimento em distintas áreas, incluindo estatística, teoria da probabilidade, resistência dos materiais, análise estrutural e programação computacional (Caldeira, 2008).

A avaliação da fiabilidade estrutural inicia-se pela avaliação de todos os cenários possíveis de falha para uma estrutura. Sendo que, se entende por falha estrutural, qualquer situação em que a estrutura, ou parte desta, deixe de desempenhar o papel para o qual foi projectada, ao longo de toda a vida útil. É devido a esse estudo cuidadoso, que começa na fase de projecto e passa pela construção, utilização e manutenção, que a análise à fiabilidade é singular e intrínseca à estrutura.

O passo seguinte consiste na definição do nível de segurança mínimo aceitável, traduzido pelo valor máximo admissível da probabilidade de falha para cada estado limite. A escolha do valor mínimo da segurança depende das consequências em caso de rotura, a custos numa possível reparação ou mesmo reconstrução total/parcial e a factores político-sociais. De acordo com o Eurocódigo 0 (CEN, 2001), a escolha do grau de fiabilidade mínimo depende da frequência de utilização e do modo como a estrutura atinge a rotura. Para

facilitar a classificação da estrutura, o Eurocódigo 0 (CEN, 2001) propõe a adopção de três níveis, denominando-os de classes de consequência (Tabela 2.1).

Tabela 2.1 - Definição de classes de consequências (CEN, 2001)

Classe de Consequência	Descrição	Exemplos de edifícios e de obras de Engenharia Civil
CC3	Consequência elevada em termos de perdas de vidas humanas; ou consequências económicas, sociais ou ambientais muito importantes	Bancadas, edifícios públicos em que as consequências de colapso são elevadas (por exemplo, uma sala de concertos)
CC2	Consequência média em termos de perdas de vidas humanas; consequências económicas, sociais ou ambientais medianamente importantes	Edifícios de habitação e de escritórios, edifícios públicos em que as consequências do colapso são médias (por exemplo, um edifício de escritórios)
CC1	Consequência baixa em termos de perdas de vidas humanas; e consequências económicas, sociais ou ambientais pouco importantes ou desprezáveis	Edifícios agrícolas normalmente não ocupados permanentemente por pessoas (por exemplo, armazéns e estufas)

De um modo simples, o problema da fiabilidade estrutural pode ser definido como a comparação entre a resistência da estrutura (R) e o efeito das acções sob a mesma (S), cada uma destas grandezas é descrita por uma distribuição probabilística. A intersecção das duas funções denomina-se zona de rotura (Faber, 2007) (Figura 2.1).

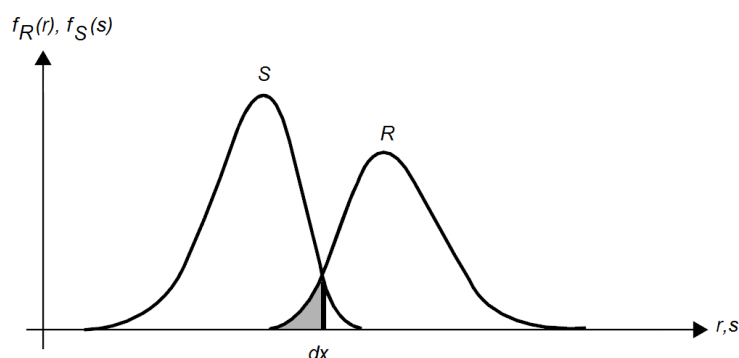


Figura 2.1 - Representação da zona de rotura por sobreposição das funções densidade de probabilidade do efeito das acções (S) e da resistência (R) (adaptado de Faber, 2007)

Existem três factores que influenciam o traçado e a área de intersecção das funções, nomeadamente (Caldeira, 2008):

- 1) *Valor médio* – influencia a distância relativa entre as duas curvas, podendo, deste modo, aumentar ou diminuir a zona de rotura;
- 2) *Desvio padrão* - actua sobre a dispersão em torno do valor médio, influenciando também a dimensão da zona de rotura;
- 3) *Tipo de distribuição probabilística* - este factor interfere na forma que as curvas tomam.

A probabilidade de rotura, P_f , pode ser calculada por:

$$P_f = P(R \leq S) \quad (2.1)$$

$$P_f = P(R - S \leq 0) \quad (2.2)$$

em que, S caracteriza o efeito das acções e R a resistência. A diferença entre estas duas variáveis denomina-se de margem de segurança, Z :

$$Z = R - S \quad (2.3)$$

Quando a margem de segurança, Z , apresenta valores positivos, a resistência é maior que o efeito das acções e, conseqüentemente, não ocorre falha. O contrário acontece caso a margem apresente valores iguais ou inferiores a zero. No entanto, devido a cenários algo complexos e pelo facto de se assumirem estados limite, a avaliação das Equações 2.1 ou 2.2, nem sempre é simples.

Para que o cálculo da fiabilidade estrutural se torne mais simples, quando o número de variáveis aleatórias envolvidas na análise da fiabilidade estrutural é considerável, estas são consideradas numa função estado limite. A função terá que incorporar todas as características, quer do efeito das acções (S) quer da resistência (R), combinando-as de forma a que se possa interpretar se dada estrutura viola ou não a segurança. Correntemente assume-se que a zona de segurança é sempre que a função estado limite apresente valores positivos e zona de rotura quando esta toma valores negativos. Sabendo isso, a probabilidade de rotura, P_f , pode-se definir pelo volume da zona de rotura, dada por:

$$P_f = P(g(x) \leq 0) = \int_{-\infty}^0 f(x) dx \quad (2.4)$$

onde $g(x)$ representa a já referida função estado limite, e $f(x)$ a função densidade de probabilidade conjunta para o vector X . Na Figura 2.2 está representada uma função de densidade de probabilidade conjunta genérica, $f(R,S)$, das acções (s) e resistências (r), onde se identificam as zonas de rotura e de segurança bem como da função estado limite, $g(x)$.

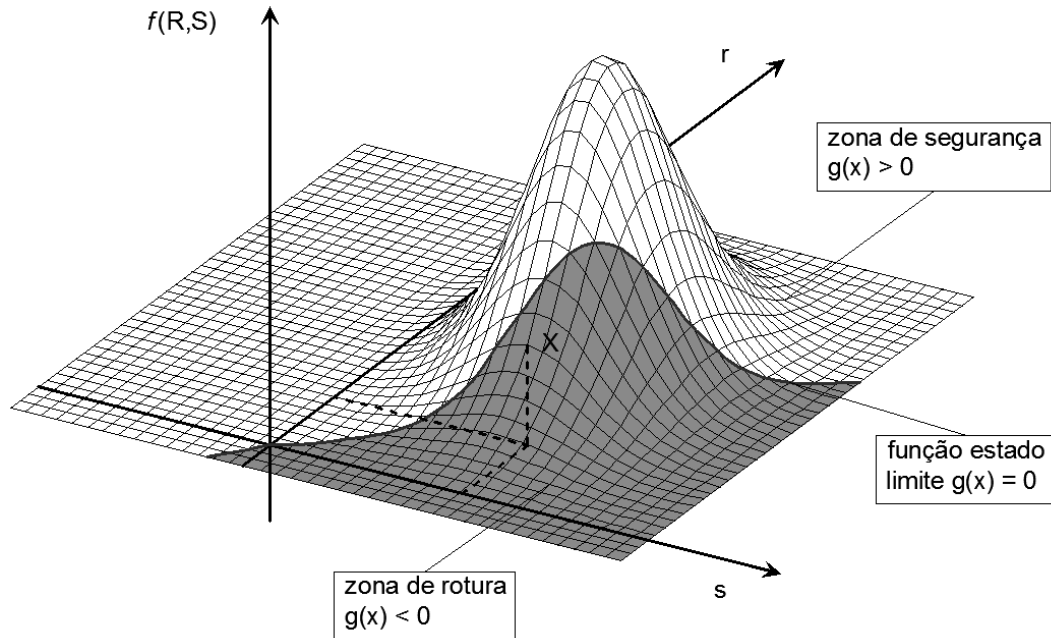


Figura 2.2 - Função de densidade de probabilidade conjunta das acções e resistências, bem como da função estado limite separando as zonas de rotura e segurança (adaptado de Lemaire, 2005)

Como alternativa à probabilidade de rotura, o nível de fiabilidade de uma estrutura, pode ser traduzido pelo índice de fiabilidade, β . Em que este pode ser dado pela inversa da distribuição normal reduzida (com valor médio nulo e desvio padrão unitário) quer da probabilidade de rotura, P_f , ou da probabilidade de sobrevivência, P_s :

$$\beta = -\Phi^{-1}(P_f) = \Phi^{-1}(P_s) \quad (2.5)$$

Na Figura 2.3 é representado o significado geométrico do índice de fiabilidade.

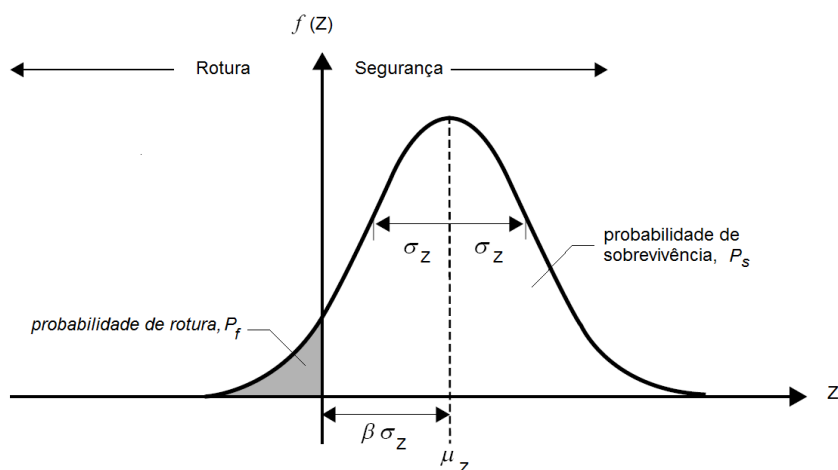


Figura 2.3 - Representação do índice de fiabilidade (β) (adaptado de Faber, 2007)

Na Figura 2.4 representa-se a relação entre a probabilidade de rotura, P_f , e o índice de fiabilidade. De salientar que se obtém um índice de fiabilidade nulo quando a probabilidade de rotura é 0,5.

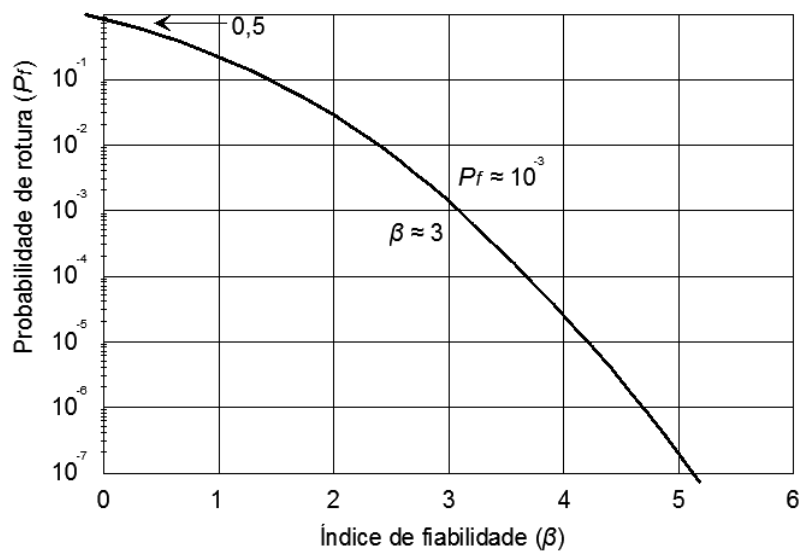


Figura 2.4 - Índice de fiabilidade pela distribuição normal reduzida (adaptado de Lemaire, 2005)

Como referido anteriormente, o Eurocódigo 0 (CEN, 2001) define níveis mínimos aceitáveis de consequência para três níveis (Tabela 2.1). Na Tabela 2.2 apresentam-se índices de fiabilidade mínimos, para um período de retorno de 1 e 50 anos, para cada uma das classes de consequência definidas.

Tabela 2.2 - Valores mínimos recomendados para o índice de fiabilidade, β , para ELU (adaptado de CEN, 2001)

Classe de fiabilidade	Valores mínimos de β	
	Período de referência de 1 ano	Período de referência de 50 anos
CC3	5,2	4,3
CC2	4,7	3,8
CC1	4,2	3,3

Nota: As classes de fiabilidade dos elementos estruturais acima de CC3, não são consideradas nesta tabela, pois para cada um desses elementos exige-se um estudo específico.

À imagem do que é apresentado no Eurocódigo 0 (CEN, 2001), também o código modelo JCSS (2000) exhibe níveis de fiabilidade mínimos (Tabela 2.3), no entanto, estes são apresentados em função das consequências de rotura, ρ , e os custos associados ao aumento da segurança.

Tabela 2.3 - Índice de fiabilidade mínimo para ELU, num período de referência de um ano (adaptado de JCSS, 2000)

Custos associados a medidas de segurança	Consequências reduzidas	Consequências moderadas	Consequências graves
	CC1	CC2	CC3
Elevado	$\beta = 3,1$	$\beta = 3,3$	$\beta = 3,7$
Médio	$\beta = 3,7$	$\beta = 4,2$	$\beta = 4,4$
Reduzido	$\beta = 4,2$	$\beta = 4,4$	$\beta = 4,7$

No confronto dos índices de fiabilidade apresentados nos regulamentos, anteriormente referidos (Eurocódigo 0, 2001 e JCSS, 2000), salienta-se que o Eurocódigo 0 apresenta valores mais conservativos, na maioria um valor a mais, comparativamente ao JCSS.

Os valores da probabilidade de rotura referidos até aqui, não caracterizam necessariamente, o número de roturas que irão ocorrer num dado universo, pois estes são calculados através da função de probabilidade conjunta de acções e resistências. De fora do cálculo ficam

fenómenos fundamentais, nomeadamente, erros humanos que ocorrem nas várias fases da vida da estrutura, e que são extraordinariamente difíceis de quantificar probabilisticamente.

2.3.1 – Distribuições Probabilísticas

Em problemas de carácter probabilístico, é usual que à partida não se conheça o real valor de certos eventos, estando-lhe associados distribuições probabilísticas de ocorrência. Para esses casos, e na situação de se poder realizar experimentalmente esse evento infinitamente (pelo menos do ponto de vista teórico), obtém-se a denominada experiência aleatória (Henriques, 1998).

É a partir das experiências aleatórias, que se obtém as variáveis aleatórias, que por sua vez têm de estar aptas a representar todas as incertezas que estão presentes na análise. Em que estas, terão que considerar as incertezas físicas, estatísticas e do modelo (Faber, 2007):

- *Incerteza física* – estão usualmente associadas a cargas de origem ambiental, geometria da estrutura e seus elementos, propriedades dos materiais e na qualidade de execução (ou na eventual reparação);
- *Incerteza estatística* – nascem da limitação de informação estatística, i.e. devido à limitada quantidade de dados;
- *Incerteza do modelo* – são associadas com a idealização matemática utilizada na modelação do comportamento estrutural.

Existem dois tipos distintos de variáveis aleatórias, contínuas e discretas, no entanto em Engenharia Civil as variáveis aleatórias contínuas são mais comuns, pois uma parte considerável dos problemas é de natureza contínua (por exemplo: forças, tensão, tempo, distância e dimensões de secções).

Apesar de cada parâmetro apresentar uma modelação única, na maioria dos casos é possível modelar os valores usando distribuições probabilísticas conhecidas. Na Tabela 2.4 são apresentadas todas as distribuições empregues no presente trabalho.

Tabela 2.4 - Distribuições probabilísticas (adaptado de Faber, 2007)

Tipo de distribuição	Parâmetro	Momentos
Normal $f(x \mu, \sigma) = \frac{1}{\sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{1}{2} \left(\frac{x-\mu}{\sigma} \right)^2}$	μ $\sigma > 0$	μ – valor médio σ – desvio padrão
Lognormal, $x > 0$ $f(x \mu, \sigma) = \frac{1}{x \cdot \sigma \cdot \sqrt{2\pi}} \cdot e^{-\frac{(\ln(x) - \mu)^2}{2\sigma^2}}$	μ $\sigma > 0$	$\mu = \ln(E(x)) - \frac{1}{2} \cdot \ln\left(1 + \frac{Var(x)}{(E(x))^2}\right)$ $\sigma = \left(\ln\left(\frac{Var(x)}{(E(x))^2} + 1\right) \right)^{1/2}$
Gamma, $x \geq 0$ $f(x a, b) = \frac{1}{b^a \cdot \Gamma(a)} \cdot x^{a-1} \cdot e^{-\frac{x}{b}}$ $\Gamma(a) = \int_0^{\infty} e^{-t} \cdot t^{a-1} dt$	$a > 0$ $b > 0$	μ (valor médio) = $a \cdot b$ σ (desvio padrão) = $\sqrt{a} \cdot b$

Nota: Para os momentos na distribuição Lognormal, existe uma alteração nas denominações, $E(x)$ designa o valor médio, e $Var(x)$ a variância

É usual numa análise probabilística utilizar uma distribuição Normal na modelação de acções e resistências, quando estas apresentam baixo coeficiente de variação. Quando existe uma grande variabilidade do parâmetro a modelar, será mais apropriado aproximar as resistências por uma distribuição Lognormal e as acções por distribuição Gamma.

2.4 – Métodos de Fiabilidade (Simplificados e Monte Carlo)

A determinação da probabilidade de rotura, ou do índice de fiabilidade, pode ser feita a partir da função de densidade de probabilidade conjunta, valor este que pode ser difícil ou mesmo impossível de calcular. Em casos esporádicos o integral da função estado limite (Equação 2.4) pode ser resolvido de forma analítica de modo simples, no entanto tanto o efeitos das acções (S) como as resistências (R) têm de seguir distribuições probabilísticas largamente exploradas (por exemplo; Normal, Lognormal, Exponencial ou Weibull). Sendo ainda possível, quando o número de variáveis é pequeno (até cinco), recorrer a integração numérica (como é exemplo o método de *Simpson* ou o método dos rectângulos) (Caldeira, 2008).

Outro processo largamente explorado, pode ser interpretado de forma gráfica (Figura 2.5). Desde que a função de densidade de probabilidade conjunta seja conhecida (Figura 2.5 - a), que se possa transformar em Normal reduzida (Figura 2.5 - b) e que a função estado limite tenha comportamento linear, consegue-se transformar a função estado limite, $g(x)=0$, de uma variável x para u . Deste modo sem obter a probabilidade de rotura (áreas sombreadas nos gráficos da Figura 2.5) determina-se o índice de fiabilidade, β , pois é a menor distância entre a recta estado limite transformada, $g(u)=0$, e a origem do referencial.

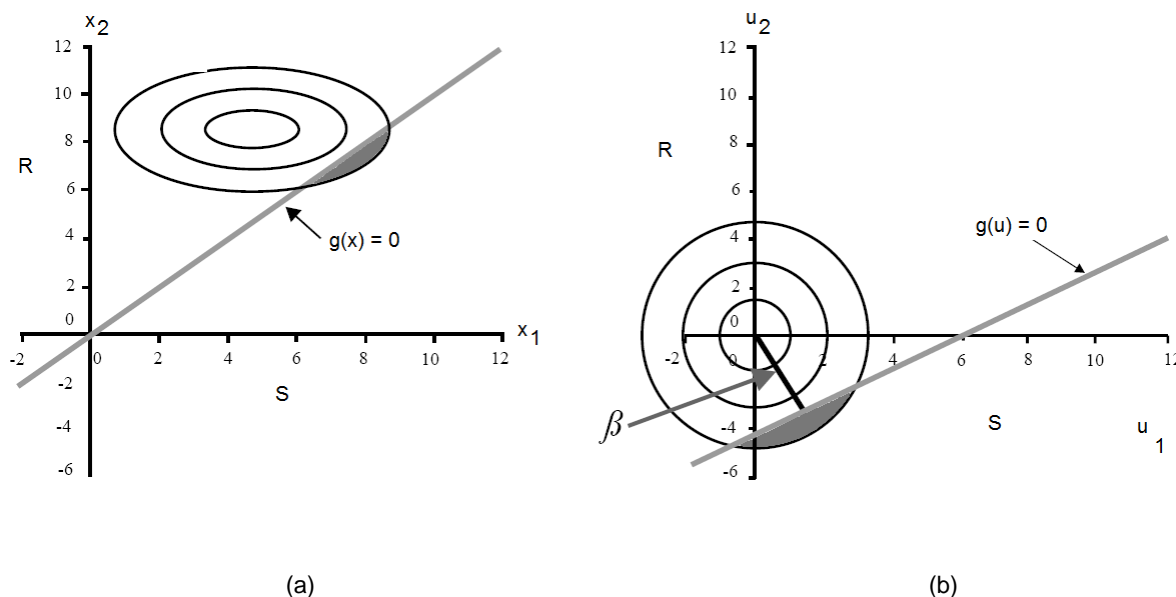


Figura 2.5 - Representação da função estado limite $g(*)$, antes (a) e depois (b) da transformação de distribuição probabilística, para obtenção do índice de fiabilidade, β (adaptado de Faber, 2007)

Como se pode constatar não existe um único método para obter o índice de fiabilidade, quer seja de forma exacta ou aproximada. É assim possível separar nestes quatro métodos (indo do primeiro que é o mais exacto, até ao quarto menos rigoroso):

- 1) *Integração analítica exacta* – como referido só aplicável a problemas muito simples;
- 2) *Métodos de integração numérica* – é possível resolverem problemas com cinco variáveis aleatórias;
- 3) *Métodos analíticos aproximados* – métodos de fiabilidade de primeira e segunda ordem (FORM e SORM), respectivamente;
- 4) *Métodos de simulação* – obtenção do integral da função estado limite (Equação 2.4) de forma aproximada por recursividade do problema.

No entanto, devido à complexidade dos problemas que surgem na área de Engenharia de Estruturas, é comum que as variáveis aleatórias envolvidas não sigam uma só distribuição probabilística mas sim várias, e o número de variáveis quase sempre é superior a cinco. O que faz com que usualmente se tenha de abandonar os dois primeiros métodos (mais rigorosos) referidos anteriormente. Existe ainda outro problema, pois na maioria dos casos a função estado limite não apresenta comportamento linear. Surge então a proposta de Hasofer e Lind (1974) que sugere uma aproximação pelo método de primeira ordem (*First Order Reliability Methods, FORM*).

O método FORM baseia-se na linearização da função estado limite, para que posteriormente se determine o índice de fiabilidade, β , como descrito anteriormente (Figura 2.5), no entanto terá que se encontrar o ponto de dimensionamento, u^* . Na Figura 2.6 encontra-se uma representação genérica do método, em que mais uma vez o índice de fiabilidade, β , é a menor distância entre a origem do referencial da distribuição probabilística normalizada e a função estado limite.

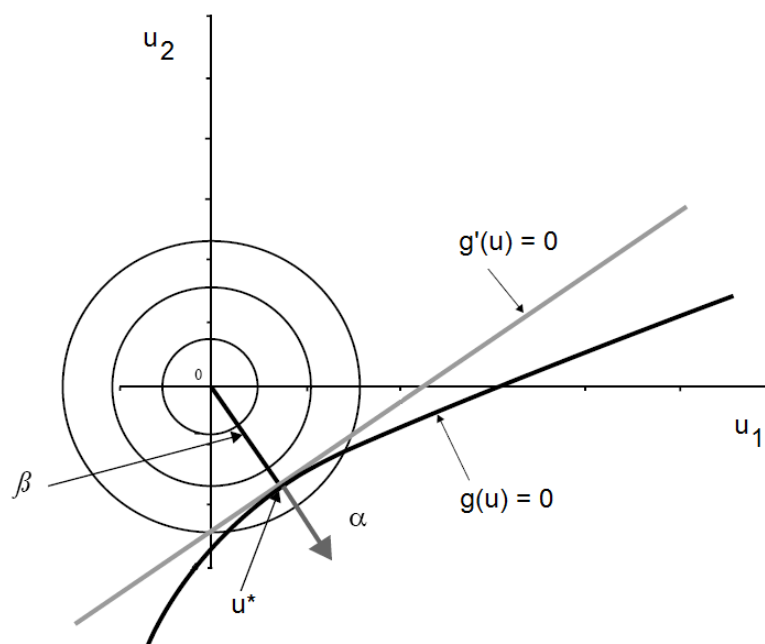


Figura 2.6 - Representação do método de aproximação *FORM* (adaptado de Faber, 2007)

onde α representa o vector normal à derivada da função estado limite, $g'(u)$, no ponto de dimensionamento, u^* .

No entanto, desta vez como a função estado limite, $g(u)$, pode não ser linear, a determinação do ponto de dimensionamento, u^* , deixa de ser trivial. Para que se possa obter o índice de fiabilidade, β , terá de ser de forma iterativa pela optimização da equação:

$$\beta = \min_{u \in \{g(u)=0\}} \sqrt{\sum_{i=1}^n u_i^2} \quad (2.6)$$

Outro problema prende-se por saber se a função estado limite admite derivada. Caso seja possível, *Faber* (2007) sugere que se encontre o vector α por iteração conjunta da Equação 2.6 com as seguintes equações:

$$\alpha_i = \frac{-\frac{\partial g}{\partial u_i}(\beta \cdot \alpha)}{\left[\sum_{i=1}^n \frac{\partial g}{\partial u_i}(\beta \cdot \alpha)^2 \right]^{1/2}}, i = 1, 2, \dots, n \quad (2.7)$$

$$g(\beta \cdot \alpha_1, \beta \cdot \alpha_2, \dots, \beta \cdot \alpha_n) = 0 \quad (2.8)$$

define-se que se encontrou a solução quando a iteração convergir, e se obter o índice de fiabilidade mínimo (Equação 2.6).

Como se pode constatar, existe um erro associado ao processo de aproximação da função estado limite por uma recta, sendo esse erro maior quanto maior a curvatura da distribuição probabilística ou da função estado limite. Quando a curvatura da função estado limite for muito alta será mais aconselhável aplicar o método *SORM* (*Second Order Reliability Method*).

Em tudo semelhante ao método *FORM* o método *SORM* caracteriza-se por apresentar aproximações à função estado limite, $H(u)=0$, por meio de equações quadrática, parabólica, elíptica, esférica (Figura 2.7).

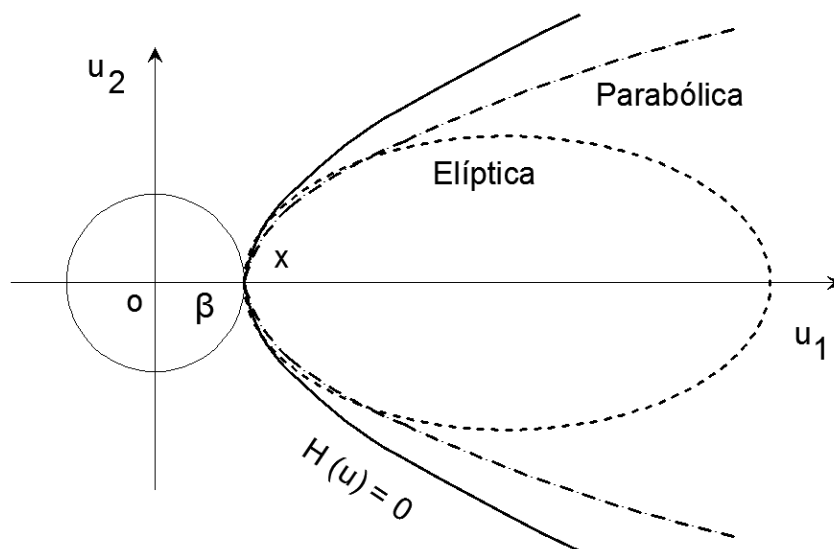


Figura 2.7 – Representação do método de aproximação *SORM* (adaptado de Lemaire, 2005)

Caso todos estes métodos referidos até agora não tenham viabilidade, quer seja por complexidade na resolução analítica quer por falta de convergência nos métodos analíticos aproximados, *FORM* e *SORM*, só resta a resolução por métodos de simulação. Dentro dos vários métodos existentes, o que reúne maior receptividade no campo da Engenharia Civil é o método de Monte Carlo.

O primeiro passo para qualquer método de simulação consiste em gerar valores pseudo-aleatórios que sigam um andamento igual às distribuições probabilísticas pretendidas (Figura 2.8).

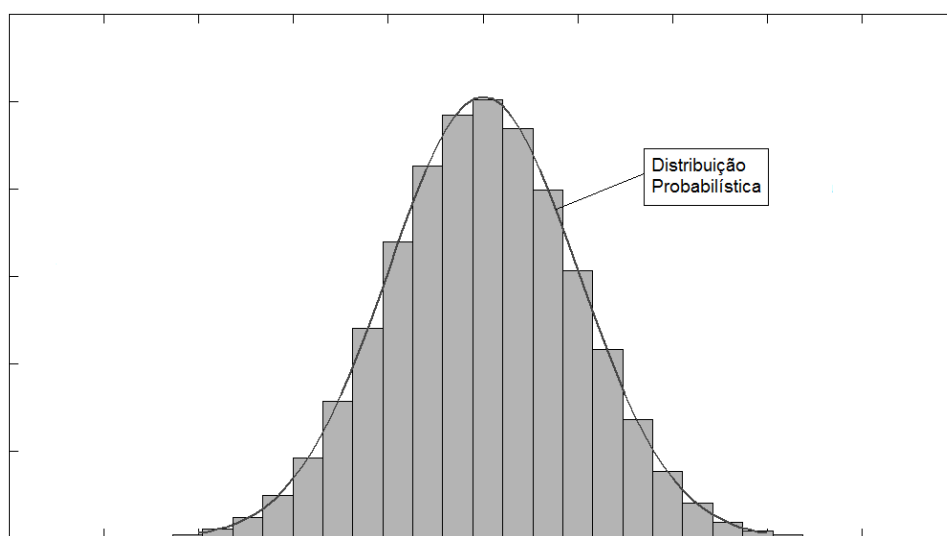


Figura 2.8 - Histograma dos valores pseudo-aleatórios, com sobreposição da distribuição probabilística pretendida

A simulação de Monte Carlo baseia-se na verificação do estado limite, de uma forma determinística, um número elevado de vezes considerando em cada caso uma realização de cada variável aleatória. No caso de o número amostras ser pequeno, consegue-se contabilizar em quantos houve violação da segurança pela sobreposição dos resultados determinísticos com a função densidade de probabilidade conjunta e a função estado limite ($H(u_k) = 0$), (Figura 2.9).

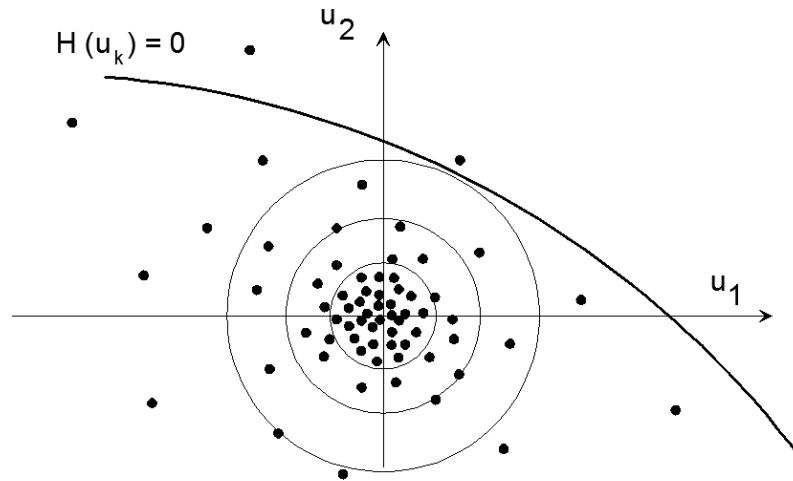


Figura 2.9 - Representação da simulação de Monte Carlo (adaptado de Lemaire, 2005)

No entanto, para que numa lógica computacional se consiga contabilizar todos os casos onde ocorre rotura, os dados de saída são executados em programa de cálculo, combinando todas as variáveis. Cada ciclo de cálculo gera um novo resultado, valor este que é armazenado em matrizes de resultados. Da análise feita às matrizes de resultados (efeito de acções e resistências, Figura 2.10) obtêm-se o número de simulações onde o valor da acção excedeu o da resistência, ocorrendo rotura.

Da contabilização do número de situações onde ocorreu rotura, n_f , pode-se obter a probabilidade de rotura, P_f , a partir da equação:

$$P_f = \frac{n_f}{N} \quad (2.9)$$

sendo N é o número total de ciclos.

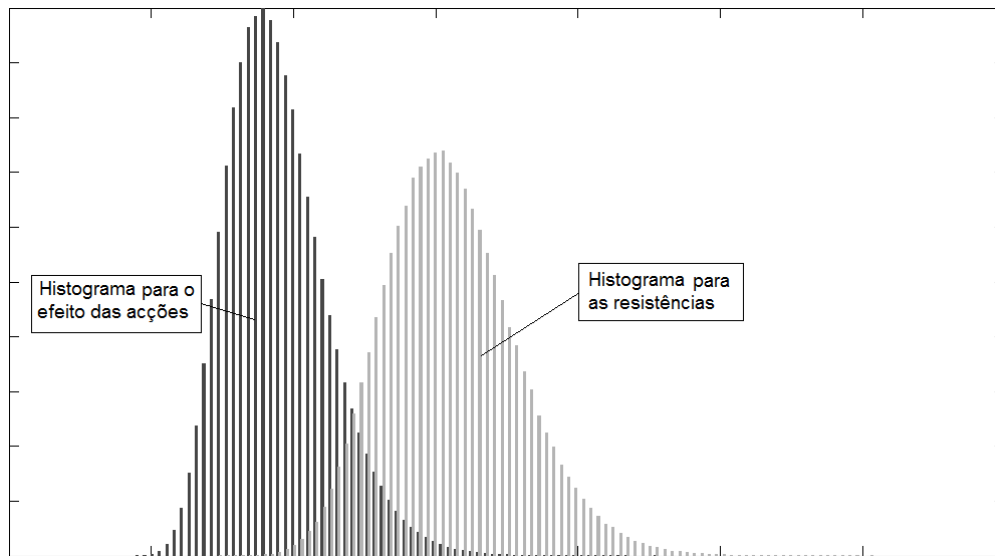


Figura 2.10 - Sobreposição dos Histogramas das resistências com o do efeito das acções

O número de ciclos (por consequência o número de amostras) a executar, N , depende principalmente da probabilidade de rotura, P_f , e da solução estrutural adoptada, por outras palavras depende da função estado limite, $g(x)$. Para probabilidades de rotura muito pequenas, o número de simulações terá que ser drasticamente elevado (principal defeito do método). Em teoria, se as variáveis permanecessem independentes, e o número de simulações tendesse para infinito, o método de Monte Carlo daria valores exactos, por:

$$P_f = P[g(x) \leq 0] = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{N[g(x) \leq 0]}{N} \quad (2.10)$$

em que $N[g(x) \leq 0]$ é o número de casos onde houve violação da função estado limite e N o número total de simulações.

Como se pode constatar, o número de simulações é determinante para o sucesso e fiabilidade do método de Monte Carlo. É então crucial definir qual é o número aceitável de ciclos, que garanta que os resultados obtidos são fidedignos. São inúmeras as propostas de diferentes autores, como exemplo, Faber (2007) recomenda que para uma probabilidade de rotura estimada de 1×10^{-6} , se façam 1×10^8 simulações. Broding (1964) propõe que o número de ciclos, N , seja:

$$N > \frac{-\ln(1-c)}{P_f} \quad (2.11)$$

onde c é o nível de confiança e P_f a probabilidade de rotura (Laranja e Brito, 2008).

Outra abordagem é mencionada por Shooman (1968), em vez de limitar o número de simulações, N , de uma forma directa, limita o erro associado à probabilidade de rotura, P_f , com um nível de confiança de 95% (Laranja e Brito, 2008).

$$erro(\%) = 200 \cdot \sqrt{\frac{1 - P_f}{N \cdot P_f}} \quad (2.12)$$

Resumidamente, com base nas técnicas de simulação de Monte Carlo é possível o cálculo numérico de integrais, cujo cálculo analítico é impossível. É devido a essa capacidade de resolução, que se optou por aplicar este método à análise probabilística, realizada posteriormente. Em suma, o método apresenta as seguintes capacidades e limitações (Henriques, 1998):

- 1) *Genérico* – O método pode ser aplicado a qualquer estrutura, para todas as distribuições probabilísticas e para qualquer que seja o andamento da função estado limite;
- 2) *Rigorouso* – O resultado é controlado pelo número de simulações efectuadas, em que, quando tende para um número infinito de ciclos, o método tende para a solução exacta;
- 3) *Eficiente* – Sendo um método moroso, para a maioria dos casos, com uma redução cuidada da variância pode-se tornar mais eficiente;
- 4) *Limitações* – A restrição mais comumente apontada ao método é o tempo de processamento, no entanto como já foi referido, pode-se aliviar o esforço computacional com um controlo cuidadoso na variância das variáveis aleatórias.

2.5 – Fiabilidade de Sistemas Estruturais

Um sistema estrutural pode ser visto como um conjunto de elementos estruturais simples, ligados entre si. Logo a resistência do sistema está intrinsecamente dependente a cada uma das partes constituintes.

Para a determinação do índice de fiabilidade do sistema, pode-se seguir a seguinte metodologia (Henriques, 1998):

- 1) Identificar todos os cenários de rotura que a estrutura pode apresentar;

- 2) Determinar a probabilidade de rotura, associada a cada cenário identificado anteriormente;
- 3) Associar os vários cenários de rotura para avaliação do índice de fiabilidade do sistema estrutural.

Em concordância com os critérios de fiabilidade, pode-se separar os sistemas estruturais em três grupos: sistemas em série, em paralelo e combinação destas (sistemas mistos).

2.5.1 – Sistemas em Série

Num sistema em série a rotura do elemento mais fraco, provoca a rotura total do sistema.

Considere-se o sistema da Figura 2.11. Sejam P_f e P_s as probabilidades de rotura e de sobrevivência do sistema, respectivamente, e $P(F_i)$ a probabilidade de rotura de cada elemento i ($i=1,2,\dots,n$), com todos os elementos independentes entre si, então a probabilidade de rotura do sistema pode ser obtida por:

$$\begin{aligned}
 P_f &= 1 - P_s \\
 &= 1 - [(1 - P(F_1)) \cap (1 - P(F_2)) \cap \dots \cap (1 - P(F_n))] \\
 &= 1 - [1 - P(F_1)] \cdot [1 - P(F_2)] \cdot \dots \cdot [1 - P(F_n)] \\
 &= 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(F_i))
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

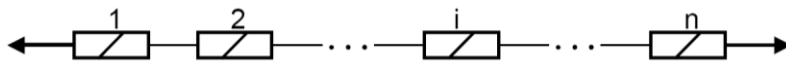


Figura 2.11 - Sistema em série (Henriques, 1998)

No entanto, é comum que as variáveis aleatórias, $P(F_i)$, apresentem algum grau de correlação, e a probabilidade de rotura pode tomar qualquer valor do intervalo:

$$\max_{i=1}^n \{P(F_i)\} \leq P_f \leq 1 - \prod_{i=1}^n (1 - P(F_i)) \tag{2.14}$$

2.5.2 – Sistemas em Paralelo

Contrariamente ao sistema em série no sistema em paralelo, a rotura localizada de um elemento não provoca a rotura global do sistema estrutural. Com efeito, só ocorre colapso do sistema quando todos os elementos atingem a rotura (Figura 2.12).

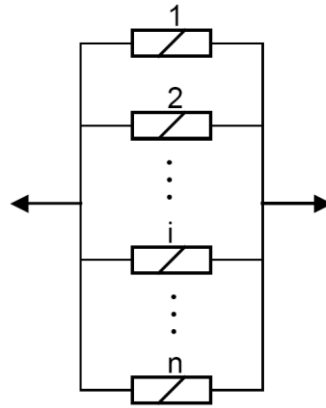


Figura 2.12 - Sistema em paralelo (Henriques, 1998)

Seja $P(F_i)$ a probabilidade de rotura de cada elemento i (de um conjunto de composto por n elementos não correlacionados), obtém-se a probabilidade do sistema, P_f , por:

$$\begin{aligned} P_f &= [P(F_1) \cap P(F_2) \cap \dots \cap P(F_n)] \\ &= [P(F_1)] \cdot [P(F_2)] \cdot \dots \cdot [P(F_n)] \\ &= \prod_{i=1}^n P(F_i) \end{aligned} \quad (2.15)$$

Em tudo semelhante ao sistema em série, para a situação das variáveis apresentarem correlação, a probabilidade de rotura encontra-se no intervalo:

$$\prod_{i=1}^n P(F_i) \leq P_f \leq \min_{i=1}^n \{P(F_i)\} \quad (2.16)$$

2.5.3 – Sistemas Mistos

Os sistemas mencionados anteriormente, em série e em paralelo, não passam de uma idealização para um sistema estrutural real, apresentam casos esporádicos e extremos que

podem ocorrer. Para que se possa modelar um sistema corrente, é necessária a combinação entre os dois sistemas (Figura 2.13)

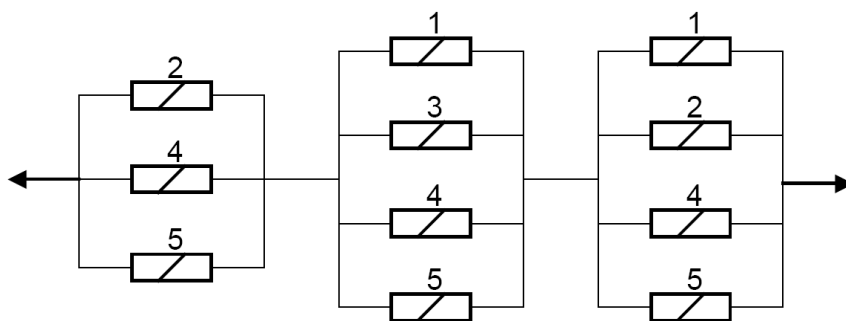


Figura 2.13 - Sistema misto (Henriques, 1998)

Para que se possa obter a fiabilidade de um sistema misto, é necessária a identificação de possíveis modos de rotura, e encontrar em quais dos modos é exibido maior probabilidade de rotura. Para que se encontre o modo de rotura do sistema, poderá ser necessária a combinação entre os vários elementos e entre os diversos cenários que deram origem ao modo condicionante.

2.6 – Robustez

Garantir que todas as secções críticas de um dado sistema (sistema estrutural condicionante) verificam os estados limite, não basta para afirmar que a segurança estrutural está garantida, também será necessário a verificação à robustez.

Entende-se que uma estrutura é robusta caso se manifeste insensível a danos localizados, o que pode ser modelado definindo que a remoção de um dos elementos estruturais do sistema não provoca um colapso de maiores proporções. Um dos cenários a evitar, devido às suas proporções catastróficas, é a ocorrência de colapso progressivo, denominado comumente de “efeito dominó”, em que um dano localizado causa uma propagação automática da falha, provocando um colapso considerável, ou mesmo generalizado, da estrutura.

O colapso progressivo só começou a tornar-se numa preocupação para os Engenheiros de Estruturas após a falha no edifício *Ronan Point* (Londres, 1968). Uma fuga de gás provocou uma explosão no décimo nono andar, o que causou o colapso da divisão onde ocorreu a

explosão em todos os pisos (Figura 2.14 – a). Estando longe de ser um situação isolada, um caso mais mediático ocorreu no edifício federal *Alfred P. Murrah* (Oklahoma, 1995), num atentado terrorista houve uma explosão no piso térreo, o que provocou o desabamento de uma parte considerável da edificação (Figura 2.14 – b), provocando a morte de 168 pessoas. No entanto, pode-se apontar como sendo o caso mais mediático até ao momento, o colapso das torres gémeas em Nova York (World Trade Center, 2001), devido ao número de mortos, impacto na sociedade e na economia.



(a)



(b)

Figura 2.14¹ – Exemplos de colapso progressivo: a) Edifício Ronan Point; b) Edifício Federal Alfred P. Murrah

2.6.1 – Métodos Simplificados

Como se referiu no início do presente capítulo, os erros cometidos podem advir de inúmeras causas, no entanto a grande maioria pretende a erros de carácter humano, como expôs Kaminetzshy em 1991, que releva que a ignorância do estudo da robustez juntamente com as limitações que os projectistas apresentam, são a causa de 65% dos erros, pertencendo a restante percentagem à subestimativa dos efeitos das acções em fase de projecto, a erros e esquecimentos de várias naturezas, não cumprimento de ordens e podendo ainda ser de outras origens de carácter variado (Figura 2.15).

¹ Figuras recolhidas em http://en.wikipedia.org/wiki/Ronan_point e http://en.wikipedia.org/wiki/Alfred_P._Murrah_Federal_Building acedidos em 19 de Fevereiro de 2010

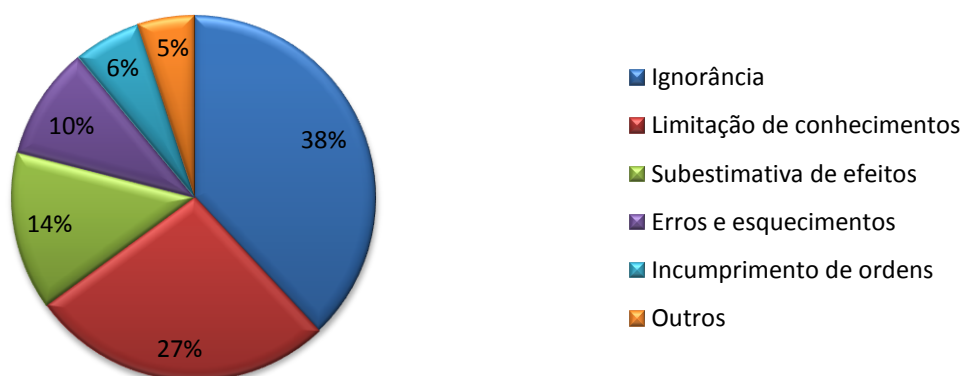


Figura 2.15 - Causas de erros e roturas (Kaminetzshy, 1991)

Numa publicação mais recente (Canisius et al., 2007) são referidas outras fontes para os erros ocorridos:

- 1) *Cargas inesperadas* – acções acidentais, alteração da tipologia estrutural ou do fim a que se destinava inicialmente a estrutura;
- 2) *Erros de projecto* – que podem advir de pequenos enganos, ou apresentar piores cenários e ter origem na ignorância por parte do projectista sobre determinado tema;
- 3) *Erros de execução* – perda de informação na passagem de responsabilidades entre projectista e entidade executante;
- 4) *Deteriorações inesperadas* – ambientes mais severos que o previsto inicialmente ou materiais com menor resistência à deterioração que o esperado;
- 5) *Falta de manutenção* – desprezo pela manutenção e conservação dos elementos estruturais, capaz de provocar cenários de risco.

Foi com base no estudo dos erros ocorridos que os primeiros estudos de robustez estrutural surgiram há cerca de quarenta anos, no entanto foram os recentes ataques terroristas, um pouco por todo o mundo, que despertaram o interesse internacional pelo tema (Mihaela et al., 2009). Apesar de todo esse interesse por parte da sociedade, ainda não existe consenso entre a comunidade técnico-científica para que se possa passar para os regulamentos e posterior aplicabilidade em projecto.

A falta de unicidade entre o corpo científico para o tema não é recente, muitas abordagens foram publicadas, quer seja em termos de redundância, vulnerabilidade ou risco. Fazendo

uma retrospectiva sobre as várias publicações em robustez estrutural, encontra-se (Starrossek e Wolff, 2005):

- *Lind [1995]* – Manifestou a importância de se analisar, em todos os sistemas estruturais, a insensibilidade a danos localizados. Remetendo a vulnerabilidade como sendo um conceito complementar, atribui maior importância à comparação probabilística entre a estrutura intacta, e considerando algum tipo de falha;
- *Wisniewski et al. [2006]* – Publicou um estudo probabilístico na área de pontes ferroviárias, e no modo como podem continuar a assegurar as funções, mesmo após a estrutura ser afectada por danos, recorrendo à redundância estrutural. Para o efeito, o autor afecta os elementos chave por coeficientes de calibração, mediante a importância dos mesmos;
- *Starrossek [2007]* – Contrariamente aos estudos realizados anteriormente, Starrossek apresenta três tipos de abordagens com base na probabilidade de ocorrência do dano, da energia dissipada e na matriz rigidez. Na abordagem probabilística o autor apresenta uma formulação por integração da probabilidade de ocorrer colapso progressivo. Já no conceito baseado na matriz rigidez, a obtenção da robustez estrutural é feita pela análise da rigidez do sistema, com e sem dano. Na comparação da energia dissipada pela estrutura, devido a uma falha inicial, com a energia necessária para que haja progressão do colapso é uma outra forma de se quantificar a robustez;
- *Harte et al. [2007]* – Os autores separam a abordagem em duas partes distintas. Primeiro definem claramente a robustez como sendo a capacidade da estrutura em resistir a acontecimentos imprevistos e esporádicos, sem que ocorra rotura em mais nenhum local. Na segunda parte, os autores manifestam a importância de se considerar, em fase de projecto, as acções inesperadas. A singularidade do método consiste na forma de se considerar as acções, por indicadores de dano baseados nos valores próprios da matriz rigidez de sistemas tangenciais;
- *Baker et al. [2008]* – Neste trabalho a robustez é definida a partir da avaliação probabilística do risco. Dividindo a análise em risco directo (associado a consequências directas devido à rotura localizada) e indirecto (relacionado com os possíveis danos que daí possam resultar), obtém-se cada um deles pelo produto da consequência (directa ou indirecta do dano) pela probabilidade de ocorrência de dado cenário. Quanto menor seja o risco total (soma dos riscos directo e indirecto), comparativamente ao risco directo, mais robusta é a estrutura. Permitindo a este

método, por formulação probabilística, a comparação de sistemas estruturais distintos.

Na actualidade a regulamentação existente apresenta requisitos gerais como o aumento dos factores de segurança, para que se compense possíveis aumentos de carga devido a causas fortuitas, para que o sistema estrutural permaneça seguro.

Os regulamentos em vigor para o nosso país que mencionam a robustez, são os Eurocódigos 0 e 1 (CEN, 2001 e 2003, respectivamente). Enquanto que o primeiro estabelece princípios, como seja a recomendação que a estrutura deve ser “concebida de forma a evitar um colapso desproporcional devido a eventos como incêndio, impactos ou consequências devido a erros humanos”, o segundo fornece um conjunto de estratégias e métodos para definir a segurança a acções acidentais, de forma a: 1) concepção dos elementos estruturais contra acções acidentais; 2) partindo do princípio que elementos importantes para a estrutura (elementos chave) atingem a rotura, projectar possíveis encaminhamentos para cargas e/ou isolar o colapso de modo a que o dano não se propague. *No entanto, nenhum critério específico ou metodologia é apresentado, por forma a quantificar o nível de robustez satisfatório para uma dada estrutura* (Kirkegaard e Sørensen, 2008).

Starrossek e Wolff (2005) afirmam mesmo existirem duas fortes lacunas nos regulamentos, no que diz respeito ao estudo do colapso progressivo. Primeiro, a determinação de acções e resistências é feita de forma determinística com base em dados empíricos, para que subsequentemente, se possa fazer uma análise probabilística de rotura, em secções ou elementos, descurando o estudo do comportamento estrutural do sistema como um todo. O segundo ponto prende-se pelo facto de não se considerar acções com baixa probabilidade de ocorrência (acções acidentais), sendo que numa análise probabilística esta hipótese parece ser válida, pois os dados que suportam a teoria resultam de observações de acontecimentos quase inexistentes, mas sendo quase sempre associados a episódios de enorme gravidade.

Faltando consenso nos estudos apresentados sobre o tema, e existindo fortes lacunas nos regulamentos actualmente em vigor para o estudo da robustez estrutural, três abordagens ganham cada vez mais adeptos: definição de caminhos alternativos de cargas, isolamento estrutural por compartimentação e uma combinação destas duas abordagens.

Uma associação interessante destas três abordagens, aos sistemas probabilísticos, referidos anteriormente, é feita por Starrossek e Wolff (2005). Quando a estrutura se assemelha a um sistema em série, onde a rotura de um elemento provoca o colapso do

sistema, será aconselhável que se aplique o reforço dos elementos chave e se introduzam libertações para limitar o dano. Já quando a solução estrutural passar por um sistema em paralelo, é recomendável que exista redistribuição de esforços. Ficando agregado ao sistema misto a fusão entre as abordagens “redundância e compartimentação”.

Se por um lado o colapso é sempre um panorama a evitar, mesmo para o caso de roturas localizadas, no outro lado devem considerar-se as limitações económicas, tornando-se difícil de definir qual é o preço em que deixa de ser interessante o reforço da estrutura, para que ocorra redundância estrutural. Mas quando é de todo impossível o reforço dos elementos chave, o procedimento mais económico para limitar a progressão do colapso, será pela introdução de libertações em locais estratégicos de modo a compartimentar a estrutura por secções fechadas, para que na eventualidade de ruína em um dos elementos principais, não haja propagação para os restantes. Exemplo desta última situação descrita, são as pontes multi-apoiadas de grande extensão, como exemplo disso a Ponte Confederação (Figura 2.16), sendo de todo contra-económico o reforço de todos os pilares contra o embate de embarcações de grandes dimensões, a solução passa por se introduzir libertações em alguns vãos, para limitar o colapso progressivo.



Figura 2.16¹ - Ponte Confederação, Canadá

¹ Figura recolhida em www.confederationbridge.com acedido em 10 de Março de 2010

2.6.1.1 – Análise e Decisão

De um modo mais abrangente que a tradicional avaliação da segurança, membro a membro, Ellingwood e Dusenberry (2005) consideram não só probabilidade de rotura de um elemento, mas as exposições a que este está sujeito e a probabilidade de colapso na sequência de dano ou rotura de um elemento.

$$P(F) = \underbrace{P(F|D \cdot H_i)}_3 \cdot \underbrace{P(D|H_i)}_2 \cdot \underbrace{P(H_i)}_1 \quad (2.17)$$

Sendo que, para que ocorra colapso estrutural, F , é necessário que coincidam três fenómenos distintos: 1) que a estrutura esteja exposta a determinado evento, H_i ; 2) que ocorra dano local, D , sabendo que ocorreu o evento, H_i ; 3) que ocorra colapso, F , sabendo que determinado dano, D , ocorreu devido ao evento, H_i .

Devido ao facto dos acontecimentos 1, 2 e 3 (Equação 2.17) serem independentes entre si, é possível calcular a probabilidade de falha, $P(F)$, como o produto das três probabilidades parciais.

Para que haja um melhor comportamento estrutural, naturalmente terá que se reduzir um ou mais dos três parâmetros da Equação 2.17 (Kirkegaard e Sørensen, 2008):

- 1) a probabilidade de exposição aos vários danos, i , $P(H_i)$;
- 2) um ou mais, dos danos ocorridos na estrutura, $P(D|H_i)$, tendo presente que o reforço dos elementos chave induz um aumento da segurança ao sistema;
- 3) um ou mais, das probabilidades de colapso dos elementos, $P(F|D \cdot H_i)$, por incremento de redundância estrutural ou compartimentalização.

Saindo do âmbito de Engenharia de Estruturas, o estudo da probabilidade de exposição do sistema a dada adversidade, $P(H_i)$, independente da estrutura, fica ao critério do projectista o controlo dos outros dois parâmetros, pertencendo ao estudo da robustez estrutural.

2.6.1.2 – Quantificação da Robustez

Tal como a abordagem ao estudo da robustez sofreu alterações ao longo dos últimos quarenta anos, também o modo de a quantificar numericamente evoluiu significativamente. No entanto, só no final da década de oitenta surge uma primeira proposta, com base na

quantificação da redundância estrutural, pois acreditava-se que seria este factor que representaria a robustez. Frangopol e Curley (1987) apresentam assim, um índice de fiabilidade para o sistema, β_R :

$$\beta_R = \frac{\beta_{int\ act}}{\beta_{int\ act} - \beta_{damaged}} \quad (2.18)$$

em que β_{intact} representa o índice de fiabilidade do sistema intacto e $\beta_{damaged}$ o índice de fiabilidade do sistema danificado. Sendo que o índice varia entre 0 e $+\infty$, onde 0 significa que a estrutura está desprovida de redundância, que vai aumentando quando o índice tende para infinito. Passados três anos, Fu e Frangopol (1990) propõem a definição de um parâmetro puramente probabilístico, e que seja exclusivamente dedicado à robustez, designando-o por índice de redundância (*Redundancy Index, RI*):

$$RI = \frac{P_{f(dmg)} - P_{f(sys)}}{P_{f(sys)}} \quad (2.19)$$

onde $P_{f(dmg)}$ será a probabilidade de determinado dano ocorrer na estrutura e $P_{f(sys)}$ a probabilidade do sistema colapsar.

Uma abordagem alternativa é proposta por Lind (1995, 1996), apresentando um valor genérico que quantifica a tolerância que o sistema estrutural possui quando este é afectado por dano localizado. A vulnerabilidade, V , do sistema é definido assim por:

$$V = \frac{P(r_d, S)}{P(r_0, S)} \quad (2.20)$$

em que r_d é a resistência do sistema quando danificado, r_0 a resistência antes do dano e S o efeito das acções que actuam no sistema. Deste modo, a vulnerabilidade (Equação 2.20) não é mais que o quociente entre a probabilidade de rotura, $P(^*)$, antes e depois de determinado dano.

Mais recentemente têm-se estudado novas abordagens, mais genéricas, que distanciando-se da redundância estrutural. No entanto este tema será referido na secção seguinte, juntamente com a análise de risco.

2.6.2 – Método de Análise de Risco

Numa breve síntese sobre a secção anterior, a robustez foi abordada como sendo um parâmetro intrinsecamente ligado à redundância estrutural, Frangopol e Culey (1987) bem como Fu e Frangopol (1990) apresentam índices de quantificação da mesma, enquanto Lind (1995, 1996) propõe que se avalie o comportamento do sistema após determinado dano. Ellingwood e Dusenberry (2005) apresentam um estudo mais abrangente, pois não se limitam ao estudo da estrutura, e consideram também a exposição desta a certo dano.

Sendo que, não eram quantificados os níveis de consequência em cenário de rotura, não apenas consequências materiais e económicas mas também sociais e políticas. Surge então a preocupação de se fazer uma análise de risco para estruturas. Sendo que, o risco pode ser definido como sendo o produto da probabilidade de ocorrer um evento temido, pelo custo que esse mesmo evento causa (Equação 2.21). Uma representação possível, é apresentada por Farmer (1967) que divide o risco de colapso em aceitável e inaceitável, em função da possibilidade de ocorrer um dano e consequência directa do mesmo (Figura 2.17).

$$\text{Risco} = \text{Probabilidade} \times \text{Custo} \quad (2.21)$$

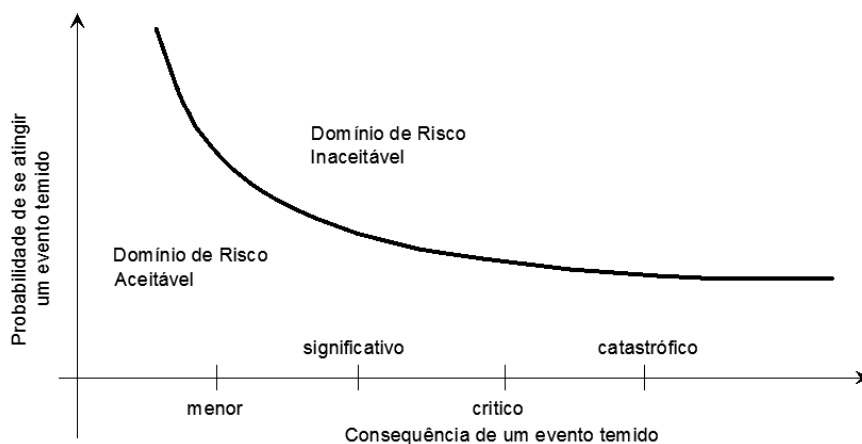


Figura 2.17 - Diagrama de Farmer, 1967: Probabilidade vs Gravidade (adaptado de Lemaire, 2005)

Como se poderá constatar posteriormente, a probabilidade de falha é relativamente simples de calcular, no entanto a parcela do custo é bastante mais complexa devido à dificuldade em avaliar o custo de perda de vidas e de impactos sociais e políticos.

2.6.2.1 – Análise e Decisão

Em oposição à análise simplificada, a análise de risco obriga a que se estude todos os casos possíveis, após rotura, não só para que se obtenha a probabilidade de rotura mas também para que se contabilize as consequências resultantes.

Sendo um tema controverso, serão aplicados alguns conceitos que necessitam de clarificação prévia, para que *à posteriori* se possam aplicar sem dar azos a ambiguidades concepcionais:

- *Evento* – é qualquer fenómeno capaz de provocar susceptibilidade de dano estrutural, podendo advir de inúmeras naturezas como impactos acidentais, situações climáticas adversas (como exemplo, neve ou vento) ou deterioração de pontos singulares;
- *Dano* – define-se como sendo uma perda de desempenho num componente do sistema, do que seria a performance óptima projectada inicialmente;
- *Rotura* – perda da funcionalidade do elemento estrutural, devido à magnitude do dano ocorrido.

Considere-se um sistema estrutural (Figura 2.18) exposto a determinado evento, EX_{BD} , que eventualmente provocará dano estrutural. Neste caso poderão ocorrer dois cenários possíveis: ou a exposição a que a estrutura está sujeita não é suficientemente gravosa para que ocorra dano, \bar{D} , e pode dar-se por terminada a análise, ou pelo contrário, existe dano, D , e passam a existir duas possibilidades. O dano não é suficiente para que provoque rotura ao sistema, \bar{F} , e permanece localizado, resultando somente em consequências directas, C_{Dir} , ou, por outro lado, o dano causa rotura do sistema, F , e passa-se a não poder garantir que fique restringido a um só local, mas sim que se propague para o resto do sistema, causando não só consequências directas mas também indirectas, C_{Ind} .

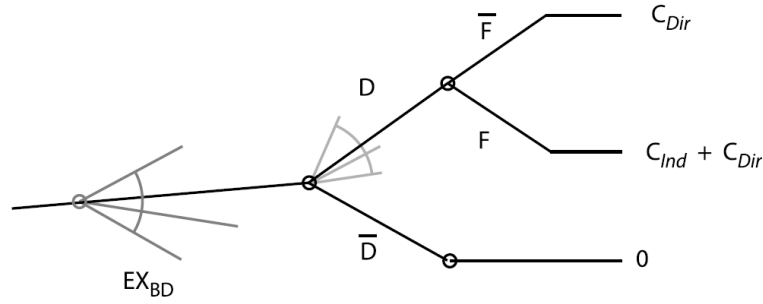


Figura 2.18 - Árvore de eventos para a quantificação da robustez (Baker et al., 2008)

Como se pode observar na Figura 2.18, uma das formas mais práticas de se apresentar os eventos possíveis é numa árvore de eventos. Não se justificando a sua elaboração para casos tão simples como o mencionado anteriormente, para a análise de estruturas correntes a árvore poderá tomar grandes proporções, tornando a sua utilização essencial. Mesmo para soluções estruturais simples, como as que se irão estudar no presente trabalho, constatar-se que a árvore de eventos é uma ferramenta de vital importância.

2.6.2.2 – Quantificação da Robustez

Com a árvore de eventos definida é possível calcular o risco de colapso do sistema. Para o efeito, primeiramente terá que se obter isoladamente o risco de cada cenário possível na árvore de eventos. Aplicando a Equação 2.21, Baker et al. (2008) apresentam uma formulação com base na Equação 2.17, para que se obtenha separadamente o risco directo (associado a consequências directas), R_{Dir} , e risco indirecto (relacionado com as consequências indirectas), R_{Ind} . Integrando o risco assim calculado para todas as exposições possíveis (x) e para todos os danos resultantes dessas exposições (y/x) obtém-se:

$$R_{Dir} = \int_x \int_y C_{Dir} \cdot f_{D|EX_{BD}}(y|x) \cdot f_{EX_{BD}}(x) dy dx \quad (2.22)$$

$$R_{Ind} = \int_x \int_y C_{Ind} \cdot P(F|D=y) \cdot f_{D|EX_{BD}}(y|x) \cdot f_{EX_{BD}}(x) dy dx \quad (2.23)$$

em que, $f_Z(Z)$ é a função densidade probabilidade para a variável Z . Para a resolução das Equações 2.22 e 2.23, pode-se recorrer a integração numérica, para os casos simples, ou a simulações computacionais (como exemplo o método de Monte Carlo), para os casos mais comuns no campo da Engenharia Estrutural.

Consequentemente ao estudo do risco dos componentes (directo e indirecto) a quantificação da robustez do sistema pode ser dada pelo índice de robustez, I_{Rob} , (Baker et al., 2008):

$$I_{Rob} = \frac{R_{Dir}}{R_{Dir} + R_{Ind}} \quad (2.24)$$

O índice varia entre zero e um, em que, zero implica que o sistema encontra-se totalmente desprovido de robustez, e um implica uma estrutura insensível ao dano. Note-se que quanto menor o risco indirecto (factor susceptível de controlo) mais robusta será a estrutura.

No entanto o método de quantificação de robustez estrutural, apresenta algumas particularidades, nomeadamente (Baker et al., 2008):

- 1) *Erro relativo* – o índice apenas quantifica a perda de robustez do sistema, após determinado evento. A robustez é assegurada pela disparidade relativa entre os riscos directo e indirecto;
- 2) *Dependência de causas anteriores* – não dependendo somente da probabilidade de rotura do sistema condicionante, este encontra-se também relacionado com a probabilidade de colapso de todos os acontecimentos que lhe foram precedentes;
- 3) *Probabilidade vs Consequência* – consegue-se definir separadamente a probabilidade de colapso do sistema e as consequências associadas. Desde o momento que se detecte determinado dano, passa a existir a possibilidade de se conhecer qual o elemento que necessita de reforço, com maior brevidade, e se tome a melhor decisão com elevado grau de confiança;
- 4) *Abrangente* – o índice definido pode ser aplicado a vários géneros de problemas, para o mesmo sistema, bem como a árvores de decisões mais complexas que a representada anteriormente (Figura 2.18). Para o efeito, o índice passa a ser calculado pela razão do somatório do risco directo (de todos os eventos, i) pela soma entre o somatório do risco directo ($1,2,\dots,i$) e os seguintes riscos indirectos ($1,2,\dots,j$):

$$I_{Rob} = \frac{\sum_i R_{Dir_i}}{\sum_i R_{Dir_i} + \sum_j R_{Ind_j}} \quad (2.25)$$

Para traçar um paralelismo com as abordagens anteriores (Equação 2.20), Baker et al. (2008) apresentam de igual modo um índice de vulnerabilidade, I_V :

$$I_v = \frac{\sum_i R_{Dir_i}}{\sum_j C_{Dir_j}} \quad (2.26)$$

onde mais uma vez, R_{Dir} é o risco directo e C_{Dir} as consequências directas que lhe são adjacentes. Este índice não pode ser associado à robustez estrutural, no entanto é um óptimo indicador da performance do sistema.

CAPÍTULO 3

MODELAÇÃO DE ACÇÕES E RESISTÊNCIAS

3.1 – Aspectos Gerais

Para quantificar a segurança estrutural, é necessário definir modelos que caracterizem fidedignamente as grandezas envolvidas, e as relações entre elas. A adopção de um modelo que exprima adequadamente o comportamento real, nem sempre é fácil, devido a que por inúmeras vezes as acções de carácter ambiental apresentam períodos de retorno relativamente longos (acontecimentos raros). Devido a esse facto, existe uma carência em dados estatísticos, que por sua vez leva a que nessas situações a consideração de um valor de cálculo representativo, envolve não somente a observação dos eventos, mas principalmente terá que se fazer um julgamento subjectivo.

Neste trabalho, a segurança estrutural vai ser avaliada num contexto probabilístico. Assim, é fundamental escolher modelos que definam, adequadamente, as distribuições probabilísticas das acções, assim como as das propriedades geométricas e mecânicas.

Uma vez que não é objectivo deste trabalho a definição de modelos novos para estas grandezas, serão utilizados modelos descritos na literatura especializada, em particular o código modelo do *Joint Committee on Structural Safety* (JCSS 2001b, 2006), bem como nos Eurocódigos (CEN, 2001, 2003a, 2003b). Neste capítulo são descritos os modelos utilizados para cada um dos parâmetros necessários à avaliação da segurança de estruturas em madeira.

Muitos dos parâmetros de resistência, presentes neste capítulo são particularizados para um dos produtos derivados da madeira com grande aplicabilidade estrutural (lamelados colados), devido a ser o material aplicado na estrutura analisada subsequentemente no Capítulo 4.

3.2 – Modelação das Acções

As acções a que uma estrutura está sujeita, apresentam em geral, uma grande dispersão, podendo variar dependendo do local, do fim a que se destina a estrutura, ou mesmo de acontecimentos esporádicos. As acções podem ser divididas em três grandes grupos:

- Acções Permanentes – actuam na estrutura ao longo de um dado período de referência e são caracterizadas por terem variação da magnitude com o tempo desprezável (Caldeira, 2008). É exemplo disso o peso próprio dos elementos resistentes.
- Acções Variáveis – caracterizam-se por possuir uma variação da magnitude com o tempo não desprezável (Caldeira, 2008), como sejam o vento e a neve.
- Acções Acidentais – acção com probabilidade de ocorrência muito baixa mas grande magnitude, como sejam explosões, incêndio e embate de veículos.

A duração de uma dada acção é bastante relevante para uma estrutura de madeira, daí o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) definir uma classificação um pouco mais detalhada do que as três anteriormente referidas. Para algumas acções, como sejam a neve ou o vento, a classe de duração depende da localização da estrutura, daí os exemplos preconizados no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) deixarem a definição destas classes ao critério do projectista, como se representa na Tabela 3.1.

Tabela 3.1 - Classe de duração da acção, com exemplo (adaptado CEN, 2003b)

Classe de duração da acção	Tempo de aplicação da acção	Exemplo
Permanente	Mais de 10 anos	Peso próprio
Longa duração	Entre 6 meses e 10 anos	Equipamentos
Média duração	Entre 1 semana e 6 meses	Neve
Curta duração	Menos de 1 semana	Vento e Neve
Instantânea	Instante	Vento e Cargas acidentais

3.2.1 – Acções Permanentes

As acções permanentes consideradas numa estrutura, incluem o peso próprio dos elementos resistentes, o dos revestimentos, e acção de pré-esforço (com aplicação de forças ou deformações impostas). O peso próprio da estrutura pode ser calculado como o produto do volume das peças pelo peso específico do material.

Numa análise probabilística, e de acordo com o código modelo JCSS (2001a), o peso próprio das estruturas pode ser modelado por uma distribuição Normal (Tabela 2.4), com valor médio igual ao valor nominal e coeficiente de variação (COV) dependente do material adoptado. Na Tabela 3.2 estão representados os coeficientes de variação do peso próprio para diferentes matérias estruturais.

Tabela 3.2 - Coeficiente de variação (COV) do peso próprio de diferentes materiais estruturais (adaptado de JCSS, 2001a)

Material		COV
Aço		< 0,01
Betão	Betão comum	0,04
	Betão de alta resistência	0,03
	Betão de agregados leves	0,04 – 0,08
	Abeto	0,10
Madeira	Pinho	0,10
	Faia	0,10
	Carvalho	0,10

3.2.2 – Acções Variáveis

As acções variáveis numa estrutura podem ter diferentes naturezas, variando a sua magnitude, direcção e intensidade. As principais acções variáveis são as sobrecargas de utilização, o vento e a neve. Para coberturas em madeira, a neve e o vento são, em geral, as acções variáveis fundamentais.

A acção da neve pode ser modelada seguindo a metodologia preconizada no Eurocódigo 1 (CEN, 2003a). O peso da neve, ao nível da cobertura, é dado por:

$$S = \mu_i \times C_e \times C_t \times S_k \quad (3.1)$$

onde μ_i é um coeficiente dependente da forma da cobertura, o coeficiente de exposição, C_e , simula a redução ou aumento da carga da neve em função da exposição ao vento, o coeficiente térmico, C_t , que modela a redução da carga da neve devido ao fluxo de calor através da cobertura, causando o derretimento da neve, e S_k é o valor característico da carga da neve ao nível do solo. O valor de S_k é definido utilizando registos meteorológicos, com uma probabilidade anual de ser excedido de 2%.

O Eurocódigo 1 (CEN, 2003a) define para coberturas de duas águas, três casos de carga, apresentados na Figura 3.1.

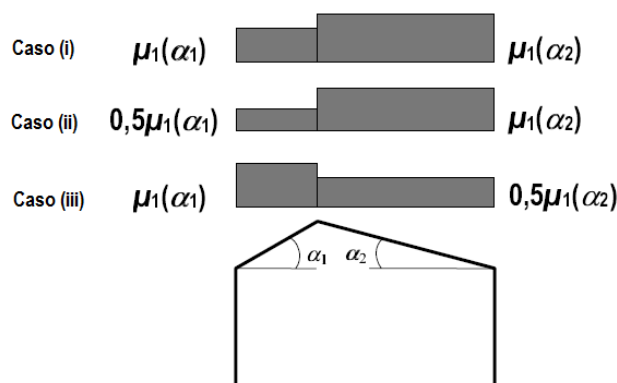


Figura 3.1 – Carregamentos a considerar para a acção da neve, em telhados de duas águas (adaptado CEN, 2003a)

Para coberturas de duas águas, a influência da geometria é caracterizada pelo parâmetro μ_1 , representado na Figura 3.2, tendo em consideração a inclinação da cobertura.

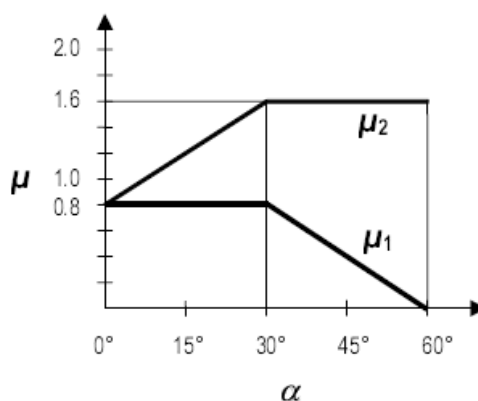


Figura 3.2 – Valor do parâmetro μ_1 (CEN, 2003a)

Dependendo da exposição ao vento, o coeficiente de exposição pode tomar um dos três valores apresentados na Tabela 3.3.

Tabela 3.3 - Valor recomendado de C_e , para as várias topografias (adaptado CEN, 2003a)

Topografia	C_e
Vento arrastado	0,8
Normal	1,0
Abrigado	1,2

O coeficiente térmico, C_t , deve ser utilizado para contabilizar a redução da acção da neve em telhados com alta transmissibilidade térmica ($> 1 \text{ W/m}^2\text{K}$). Este parâmetro é significativo para coberturas em vidro ou coberturas aquecidas, sendo unitário para todos os outros casos.

De acordo com o Eurocódigo 1 (CEN, 2003a) o valor característico da carga da neve ao nível do solo, S_k , toma valores distintos para cada zona do território Europeu, sendo que para a Península Ibérica segue:

$$S_k = (0,190 \times Z - 0,095) \times \left(1 + \left(\frac{A}{524} \right)^2 \right) \quad (3.2)$$

em que Z é o número da zona onde se encontra a estrutura e A é a altitude, em metros, do local de implantação da estrutura. O parâmetro Z , é definido na Figura 3.3, consoante a localização da estrutura.

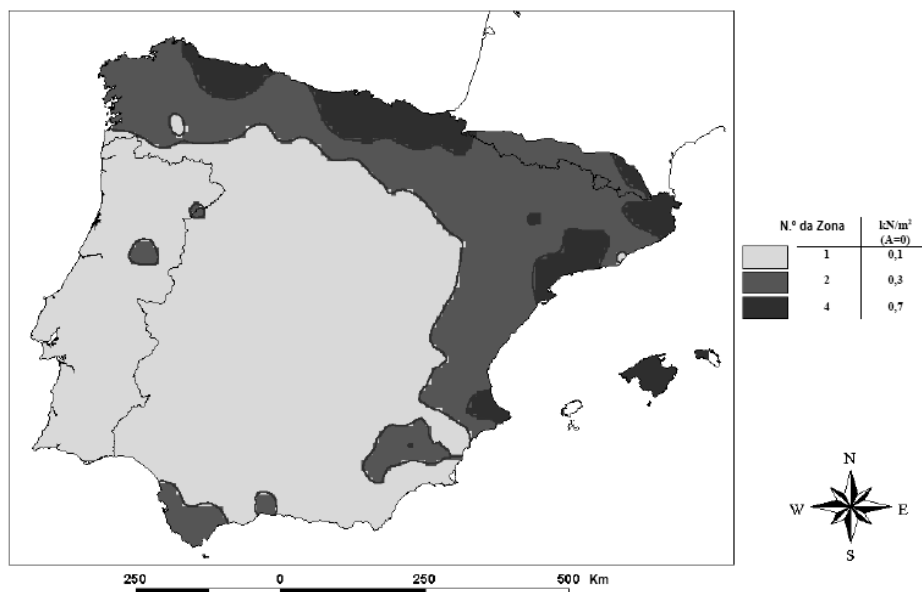


Figura 3.3 - Valor Z, para a Península Ibérica (adaptado CEN, 2003a)

A acção da neve ao nível do solo é modelada por uma distribuição Gamma (JCSS, 2001b), tendo esta acção um coeficiente de variação igual a 0,4 (Kirkegaard e Sørensen, 2008).

As propriedades da distribuição Gamma são apresentadas na Tabela 2.4, sendo a e b os parâmetros que caracterizam a distribuição. A variável a pode ser dada (para um coeficiente de variação de 0,4) por:

$$COV = \frac{\sigma}{\mu} \Leftrightarrow 0,4 = \frac{\sqrt{a} \cdot b}{a \cdot b} \Leftrightarrow 0,4 = \frac{1}{\sqrt{a}} \Leftrightarrow a = 6,25 \quad (3.3)$$

onde σ é o desvio padrão e μ é o valor médio.

Partindo do coeficiente de variação já referido acima, do valor característico, S_k , (correspondente ao valor do percentil 98% da distribuição acumulada) e do parâmetro a já conhecido, pode calcular-se, pelo método da Bissecção, o valor para o parâmetro b .

3.3 – Modelação das Propriedades dos Materiais

A madeira e, em particular os lamelados colados, têm propriedades específicas que as distinguem dos outros materiais estruturais. Para além do efeito da duração da acção, deve ter-se em conta, por um lado, a direcção das tensões, e por outro, a humidade relativa do ar

circundante influenciam o comportamento estrutural da madeira. Para, de uma forma simples, se ter em conta a duração das acções e a humidade ambiental, o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) prevê três classes de serviço (exemplos de Branco, 2006):

- Classe de Serviço 1 – Verifica-se quando o teor de água nos materiais é semelhante ao do ambiente, quando este apresenta uma temperatura de 20 °C e uma humidade relativa do ar superior a 65%. Porém este conjunto de situações só ocorre em algumas semanas por ano (locais cobertos e fechados).
- Classe de Serviço 2 – Verifica-se quando o teor de água nos materiais é semelhante ao do ambiente, quando este apresenta uma temperatura de 20 °C e uma humidade relativa do ar superior a 85%. Porém, este conjunto de situações só ocorre em algumas semanas por ano (locais cobertos e piscinas).
- Classe de Serviço 3 – Verifica-se quando o teor de água nos materiais excede os referidos na classe de serviço 2 (locais ao ar livre).

Para contabilizar todos estes parâmetros, o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) define a variável K_{mod} , que depende da duração da acção, da classe de serviço e da natureza do material resistente. Para os lamelados colados são apresentados na Tabela 3.4 os valores que o parâmetro K_{mod} pode tomar.

Tabela 3.4 - Valores do K_{mod} , coeficiente que atende o efeito da duração da acção e o teor de água do ambiente circundante, para lamelados colados (adaptado CEN, 2003b)

Classe de serviço	Classe da Duração das Cargas				
	Acção Permanente	Acção de Longa Duração	Acção de Média Duração	Acção de Curta Duração	Acção Instantânea
1	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
2	0,60	0,70	0,80	0,90	1,10
3	0,50	0,55	0,65	0,70	0,90

O parâmetro que modela o efeito do volume das peças é designado, no Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), por K_h . Este coeficiente tem como objectivo modelar a menor probabilidade de encontrar defeitos em peças de menor dimensão. Consoante o material adoptado, varia a altura de referência. Nomeadamente para lamelados colados com altura inferior à altura de referência (600 milímetros) o coeficiente é dado por:

$$K_h = \min \left\{ \left(\frac{600}{h} \right)^{0,1}, 1,1 \right\} \quad (3.4)$$

em que h é a altura da secção transversal em milímetros. K_h apenas é aplicado aos parâmetros associados à resistência à tracção, nomeadamente a tensão de rotura à flexão, f_m , e a tensão de rotura à tracção paralela ao fio, $f_{t,0}$.

Contrariamente ao parâmetro referido anteriormente, k_{mod} , sempre considerado na resistência do material, o parâmetro k_m só é considerado caso a peça esteja a trabalhar em flexão desviada ou composta. k_m tem a função de modelar a interacção de esforços, bem como, a heterogeneidade do material na secção transversal.

Caso o material empregue seja em madeira maciça, em lamelados colados ou micro lamelada, o parâmetro k_m toma o valor de 0,7 para uma secção transversal rectangular, e 1,0 para todas as outras. Caso seja qualquer outro material (dentro da gama das madeiras) k_m é 1,0.

3.4 – Modelação das Resistências

Posto a definição de acções, bem como de todos os parâmetros inerentes a estas, passa-se à definição da resistência do material. Numa verificação semi-probabilística a tensão resistente de dimensionamento de um elemento em madeira é dada por:

$$X_d = K_{mod} \times \frac{X_k}{\gamma_M} \quad (3.5)$$

onde X_k é o valor característico do parâmetro e γ_M é o coeficiente parcial de segurança (Tabela 3.5).

Tabela 3.5 - Coeficientes parciais de segurança, γ_M (adaptado CEN, 2003b)

Material	γ_M
Madeira maciça	1,30
Lamelados colados	1,25
Madeira micro lamelada	1,20

Na análise probabilística, a modelação da resistência do material teve como base o código modelo do JCSS (2006). De acordo com JCSS (2006) as propriedades da madeira podem ser definidas com base em três propriedades de referência: tensão de rotura à flexão, f_m , módulo de elasticidade à flexão, E_m , e massa específica, ρ_m . Todas as restantes propriedades dependem directamente destas três, com distribuições probabilísticas definidas a partir das utilizadas para as propriedades de referência. Na Tabela 3.6 apresentam-se as relações entre as diferentes propriedades da madeira e as três propriedades de referência.

Tabela 3.6 - Distribuições probabilísticas adoptadas, relação com os valores de referência (adaptado de JCSS, 2006)

Propriedade [X]	Distribuição probabilística	E[X]	COV[X]
Tensão de rotura à flexão: (f_m)	Lognormal	$E[f_m]$	0,15
Módulo de elasticidade à flexão: (E_m)	Lognormal	$E[E_m]$	0,13
Massa específica: (ρ_m)	Normal	$E[\rho_m]$	0,1
Tensão de rotura à tracção paralela ao fio: ($f_{t,0}$)	Lognormal	$0,6.E[f_m]$	$1,2.COV[f_m]$
Tensão de rotura à tracção perpendicular ao fio: ($f_{t,90}$)	Weibull	$0,015.E[\rho_m]$	$2,5.COV[\rho_m]$
Módulo de elasticidade à tracção paralela ao fio: ($E_{t,0}$)	Lognormal	$E[E_m]$	$COV[E_m]$
Módulo de elasticidade à tracção perpendicular ao fio: ($E_{t,90}$)	Lognormal	$E[E_m]/30$	$COV[E_m]$
Tensão de rotura à compressão paralela ao fio: ($f_{c,0}$)	Lognormal	$5.E[f_m]^{0,45}$	$0,8.COV[f_m]$
Tensão de rotura à compressão perpendicular ao fio: ($f_{c,90}$)	Normal	$0,008.E[\rho_m]$	$COV[\rho_m]$
Módulo de distorção: (G_v)	Lognormal	$E[E_m]/16$	$COV[E_m]$
Tensão de rotura ao corte: (f_v)	Lognormal	$0,2.E[f_m]^{0,8}$	$COV[f_m]$

Sabendo que as várias propriedades da madeira são dependentes, o código modelo do JCSS (2006) também propõe uma matriz de correlação, onde, de uma forma simples, se relacionam as várias propriedades da madeira. Na Tabela 3.7, um valor de 0,2 traduz muito baixa correlação, 0,4 baixa correlação, 0,6 média correlação e 0,8 alta correlação.

Tabela 3.7 - Matriz de correlação entre as várias propriedades da madeira (JCSS, 2006)

	E_m	ρ_m	$f_{t,0}$	$f_{t,90}$	$E_{t,0}$	$E_{t,90}$	$f_{c,0}$	$f_{c,90}$	G_v	f_v
f_m	0,8	0,6	0,8	0,4	0,6	0,6	0,8	0,6	0,4	0,4
E_m		0,6	0,6	0,4	0,8	0,4	0,6	0,4	0,6	0,4
ρ_m			0,4	0,4	0,6	0,6	0,8	0,8	0,6	0,6
$f_{t,0}$				0,2	0,8	0,2	0,5	0,4	0,4	0,6
$f_{t,90}$					0,4	0,4	0,2	0,4	0,4	0,6
$E_{t,0}$						0,4	0,4	0,4	0,6	0,4
$E_{t,90}$							0,6	0,2	0,6	0,6
$f_{c,0}$								0,6	0,4	0,4
$f_{c,90}$									0,4	0,4
G_v										0,6

A correlação não se restringe unicamente entre as várias propriedades da madeira, mas abrange também a correlação entre as várias secções. Para o efeito estabeleceu-se um factor de correlação entre as secções estudadas de 0,9.

3.5 – Modelação da Segurança Estrutural

Devido à natureza do material, as propriedades mecânicas da madeira não são as mesmas nas várias direcções, contrariamente ao que acontece no betão ou no aço. Sendo que, no presente estudo, se consideram peças flectidas tal que a tensão normal seja paralela às fibras, o que leva a que a anisotropia da madeira não seja determinante.

Para peças sujeitas à flexão simples, a tensão actuante considerando uma distribuição elástica, é dada por:

$$\sigma_m = \frac{M_s}{I} \cdot z \quad (3.6)$$

onde M_s é o momento flector actuante, I o momento de inércia e z a distância entre a linha neutra elástica e a fibra mais afastada.

A tensão resistente tem parâmetros intrínsecos ao material escolhido, e assim, a tensão resistente de dimensionamento à flexão em madeiras, f_{md} , é dada pelo Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), como:

$$f_{md} = K_h \cdot \frac{K_{mod} \cdot f_{mk}}{\gamma_M} \quad (3.7)$$

onde o parâmetro γ_M é o coeficiente parcial de segurança para o material escolhido, K_{mod} é o coeficiente que modela o efeito da duração das acções e do teor de água, f_{mk} é o valor característico da tensão resistente do material à flexão e, por fim, o parâmetro K_h é o coeficiente para ter em conta o volume, parâmetros já mencionados anteriormente.

Define-se que será verificada a segurança por flexão, como define o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), quando a tensão actuante de flexão, σ_m , for menor que a tensão resistente de dimensionamento à flexão, f_{md} .

O bambeamento ou instabilidade lateral-torsional é um fenómeno que ocorre usualmente em peças com grande esbelteza, manifestando-se por um deslocamento/rotação lateral por aplicação de cargas verticais (Figura 3.4).

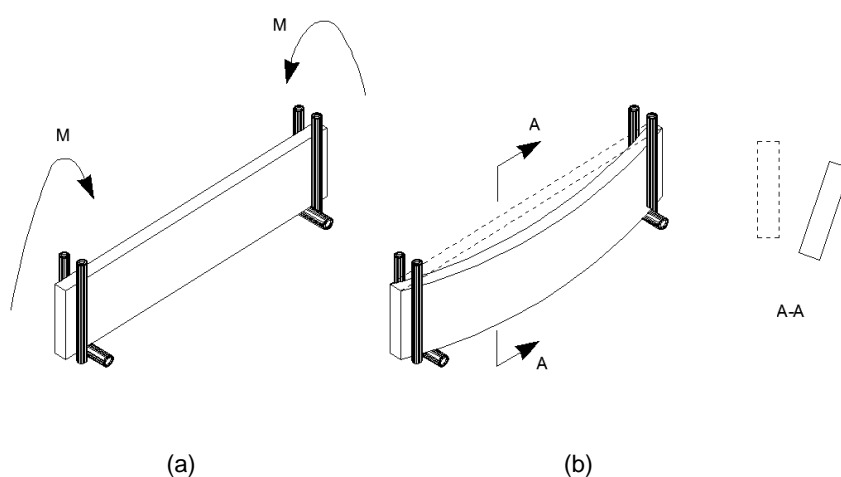


Figura 3.4 - Fenómeno do bambeamento; a) carregamento aplicado; b) deformação com corte A-A transversal (adaptado de Branco, 2006)

De acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) a tensão crítica em secções rectangulares, a partir da qual ocorre bambeamento é dado por:

$$\sigma_{m,crit} = \frac{\pi \cdot \sqrt{E_{0,05} \cdot I_z \cdot G_{0,05} \cdot I_{tor}}}{l_{ef} \cdot W_y} \quad (3.8)$$

em que, $E_{0,05}$ é o percentil 5% do módulo de elasticidade em flexão paralela ao fio, I_z o momento de inércia (segundo o eixo fraco), $G_{0,05}$ o valor característico do módulo de distorção, I_{tor} o momento de inércia de torção, l_{ef} o comprimento efectivo da viga e W_y o módulo de flexão no eixo forte.

No entanto, para a gama de valores mais comuns na razão da base pela altura entre 0,1 a 0,7 (Branco, 2006), o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) apresenta para secções rectangulares a expressão simplificada:

$$\sigma_{m,crit} = \frac{0,78 \cdot b^2}{h \cdot l_{ef}} \cdot E_{0,05} \quad (3.9)$$

em que, b e h são a base e altura da secção rectangular, respectivamente, l_{ef} é o comprimento efectivo (ver Tabela 3.8) e $E_{0,05}$ é o percentil 5% do módulo de elasticidade em flexão paralela ao fio.

Tabela 3.8 - Comprimento efectivo de vigas (adaptado CEN, 2003b)

Tipo de viga	Tipo de carregamento	l_{ef} / l^a
Simplemente Apoiada	Diagrama de momentos constante	1,0
	Carga uniformemente distribuída	0,9
	Força concentrada a meio-vão	0,8
Consola	Carga uniformemente distribuída	0,5
	Força concentrada na extremidade livre	0,8

^a A razão entre comprimento efectivo l_{ef} e o vão l é válido para vigas com restrição torsional nos apoios, e cargas aplicadas no centro de gravidade. Se existe carga de compressão axial da viga, l_{ef} deve ser aumentado de $2h$ e pode ser diminuído em $0,5h$ para cargas na extremidade da viga.

Considera-se que existe segurança ao bambeamento, quando a tensão normal aplicada, σ_m , é inferior à tensão de cálculo devido à flexão, $\sigma_{m,d}$ (CEN, 2003b):

$$\sigma_{m,d} \leq k_{crit} \cdot f_{m,d} \quad (3.10)$$

onde f_{md} é a tensão resistente de dimensionamento à flexão da madeira, e k_{crit} é um factor que modela a redução da força de flexão devido à encurvadura lateral, sendo dado por:

$$k_{crit} = \begin{cases} 1 & \text{para } \lambda_{rel,m} \leq 0,75 \\ 1,56 - 0,75 \cdot \lambda_{rel,m} & \text{para } 0,75 < \lambda_{rel,m} \leq 1,4 \\ \frac{1}{\lambda_{rel,m}^2} & \text{para } 1,4 < \lambda_{rel,m} \end{cases} \quad (3.11)$$

em que a esbelteza relativa devida à flexão, $\lambda_{rel,m}$, é dada por (CEN, 2003b):

$$\lambda_{rel,m} = \sqrt{\frac{f_{mk}}{\sigma_{m,crit}}} \quad (3.12)$$

sendo f_{mk} o valor característico da tensão resistente do material à flexão e $\sigma_{m,crit}$ a tensão critica de bambeamento.

Se, relativamente à flexão, a anisotropia não é determinante devido à particularidade da direcção da tensão actuante ser paralelo às fibras, o contrário se passa relativamente ao corte. Para a resistência ao corte, devido à anisotropia do material, considera-se três direcções distintas (Figura 3.5):

- Tensão tangencial de corte* – as fibras são cortadas transversalmente por este esforço. Esta rotura ocorre por esmagamento (Branco, 2006).
- Tensão tangencial de deslizamento longitudinal* – a rotura é produzida pelo deslizamento entre fibras, na direcção longitudinal (Branco, 2006).
- Tensão tangencial de deslizamento transversal* – a rotação das fibras leva à rotura localizada (Branco, 2006).

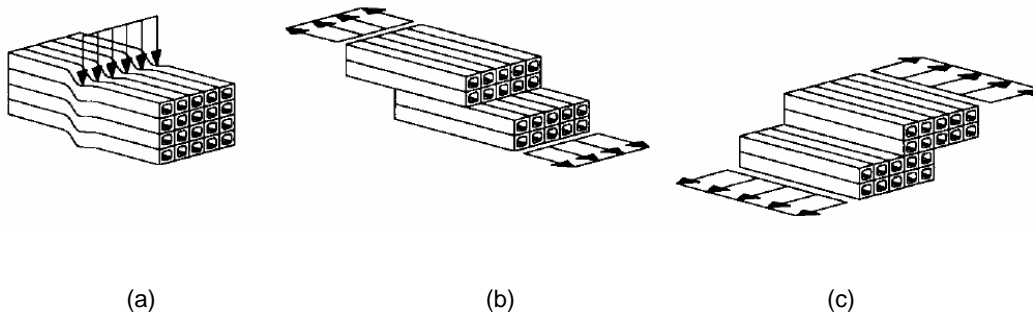


Figura 3.5 - Tensões de corte que podem ocorrer na madeira: a) corte, b) deslizamento longitudinal, c) deslizamento transversal, (Branco, 2006)

Destas três direcções, o exemplo a) é considerado mais condicionante. Para secções correntes de secção transversal rectangular, a tensão actuante é dada pela Equação 3.13 (CEN, 2003b), enquanto que a tensão resistente é intrínseca ao material adoptado, sem nenhum parâmetro adicional.

$$\tau_s = \frac{1,5 \cdot V_s}{b \cdot h_{ef}} \quad (3.13)$$

onde, V_s é o esforço transversal actuante na secção, b e h_{ef} a base e altura efectiva da secção, respectivamente.

Mais uma vez, é definido pelo Eurocódigo 5 (CEN, 2003b) que se verifica a segurança ao estado limite último, quando a tensão de corte actuante, τ_s , for menor que a tensão resistente, f_v .

3.5.1 – Combinação de Acções

O estado limite condicionante para vigas pouco esbeltas é, em geral, a flexão desviada. As expressões utilizadas para esta verificação consideram os eixos apresentados na Figura 3.6.

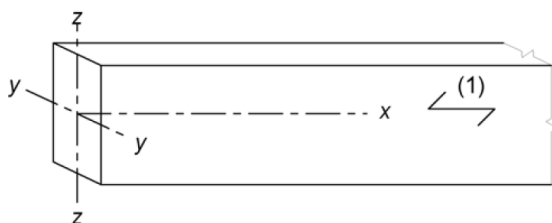


Figura 3.6 - Eixos considerados para flexão desviada (CEN, 2003b)

De acordo com o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b), a segurança é verificada se nenhuma das equações seguintes forem violadas.

$$\frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + k_m \cdot \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (3.14)$$

$$k_m \cdot \frac{\sigma_{m,y,d}}{f_{m,y,d}} + \frac{\sigma_{m,z,d}}{f_{m,z,d}} \leq 1 \quad (3.15)$$

em que $\sigma_{m,y,d}$ e $\sigma_{m,z,d}$ são as tensões normais instaladas nas fibras longitudinais devido aos momentos flectores actuantes na direcção y e na direcção z , $f_{m,y,d}$ e $f_{m,z,d}$ são as tensões normais de rotura por flexão, associadas aos momentos flectores resistentes na direcção y e z , respectivamente. É usual que estas duas tensões resistentes sejam iguais, visto terem a mesma direcção (direcção paralela as fibras de crescimento). k_m modela a redistribuição de esforços na secção, bem como a heterogeneidade do material na secção transversal.

CAPÍTULO 4

EXEMPLO

4.1 – Aspectos Gerais

Embora as estruturas de madeira sejam extremamente comuns nos países do norte da Europa, em Portugal a sua utilização ainda é esporádica, sendo na maior parte dos casos uma exigência arquitectónica.

Devido à baixa massa específica e elevada resistência da madeira, é corrente empregar este material para grandes vãos. No entanto, estas aplicações estão associadas, no caso de rotura, a consequências muito graves.

A estrutura em estudo é um armazém composto por pórticos com 10,0 m de vão. A estrutura é analisada considerando diferentes tipologias construtivas no sistema de madres.

Numa primeira análise, dimensionou-se a estrutura pelos regulamentos Europeus, utilizando para as acções o Eurocódigo 1 (CEN, 2003a), e para as propriedades resistentes o Eurocódigo 5 (CEN, 2003b). Numa fase posterior, passou-se a uma análise probabilística, em que as acções e resistências são modeladas como variáveis aleatórias.

É considerado que a carga variável condicionante para os Estados Limites Últimos é a neve, devido à localização, à não acessibilidade da cobertura e à fraca inclinação desta. Quer a carga da neve, quer o peso próprio dos elementos, foram modelados como variáveis aleatórias na análise probabilística.

O material escolhido para todas as peças estruturais é a madeira lamelada colada de secção homogénea. Na análise semi-probabilística dimensionou-se a estrutura à flexão, bambeamento e corte, já na análise probabilística apenas se considerou o modo de rotura que se revelou condicionante na análise anterior.

A análise probabilística foi realizada no programa MATLAB® (Hanselman, 1997), como será detalhadamente apresentado nas próximas secções.

4.2 – Caracterização do Problema

A cobertura do armazém considerado apresenta 30,0 m por 20,0 m em planta, com duas águas distintas, cada uma com 10° de inclinação (Figura 4.1).

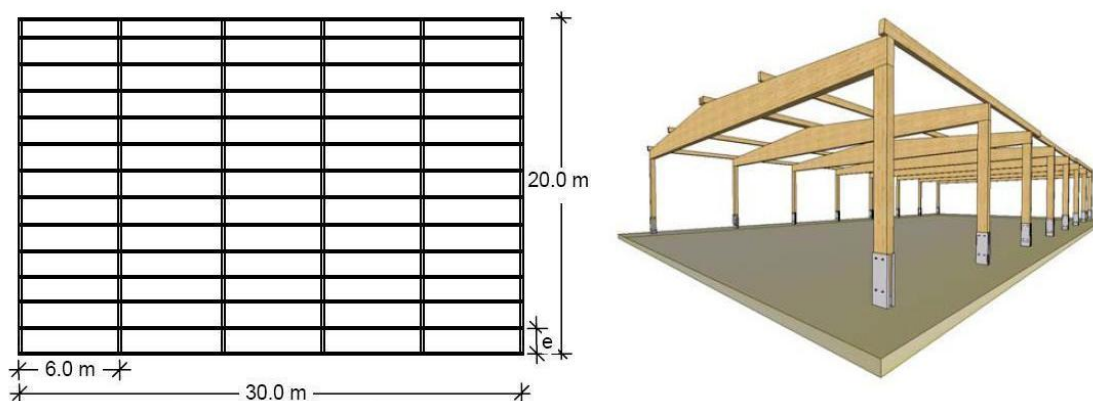


Figura 4.1 - Esquema geral do armazém (adaptado de Dietsch, 2003)

Este armazém é composto por um sistema principal com 6 pórticos com afastamento entre si de 6,0 m. Cada pórtico é composto por uma viga de pendente dupla (acompanha a inclinação da cobertura) apoiada em duas colunas nas extremidades. O sistema secundário é composto por madres de cobertura que apoiam nas vigas principais. Consideram-se dois sistemas estruturais para as madres: madres contínuas apoiadas sobre as vigas principais (Figura 4.2 - a); e madres descontínuas apoiadas nas vigas principais, com elemento metálico que asseguram a transmissão de esforços axiais (Figura 4.2 - b).

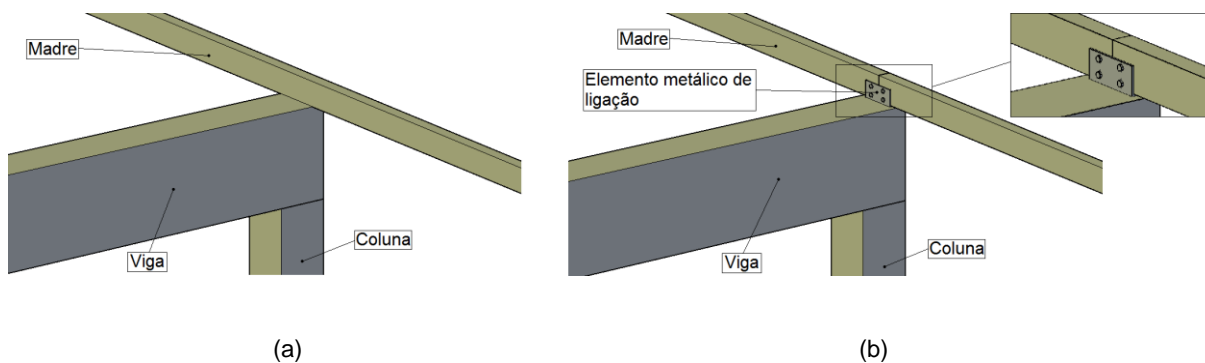


Figura 4.2 – Esquema construtivo: a) madre contínua; b) madre simplesmente apoiada

Para ambos os casos, considerou-se uma secção transversal das madres, rectangular com 0,1 m de base por 0,2 m de altura. Como os sistemas estruturais têm diferentes resistências, considerou-se diferentes afastamentos entre madres, nomeadamente 1,4 m e 1,1 m para o primeiro e segundo sistema estrutural, respectivamente.

Em ambos os sistemas estruturais foram consideradas duas possíveis geometrias para as madres, como representado na Figura 4.3. No primeiro caso (Figura 4.3 - a), apenas existe flexão simples, enquanto no segundo caso (Figura 4.3 - b) as madres estão sujeitas a flexão desviada.

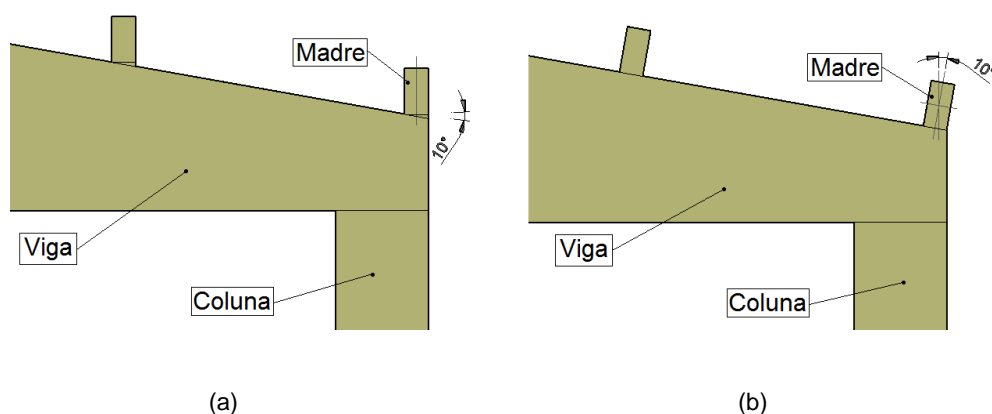


Figura 4.3 – Geometria das madres: a) madre sujeita a flexão simples; b) madre sujeita a flexão desviada

Para a cobertura considerou-se um revestimento comum, composto por painéis isotérmicos do tipo *sandwich* em chapa de aço e com alma em poliuretano, que apoiam directamente nas madres.

4.3 – Modelação Estrutural

As madres foram modeladas como elementos de viga de Euler-Bernoulli, e as vigas principais como apoios móveis, resultando nos modelos apresentados nas Figuras 4.4 e 4.5 para os dois sistemas estruturais considerados.

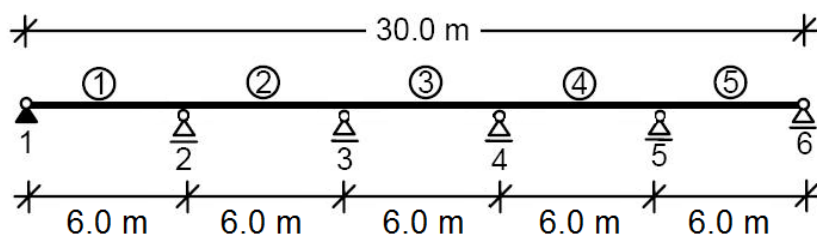


Figura 4.4 - Modelo estrutural para a madre contínua

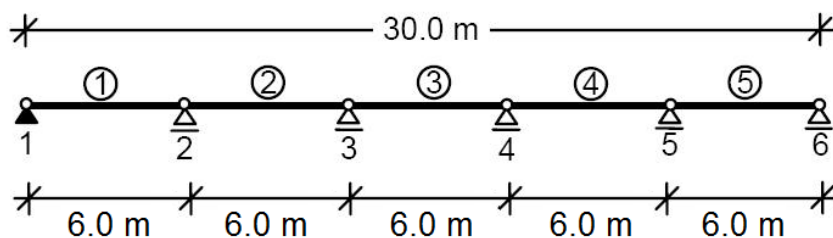


Figura 4.5 - Modelo estrutural para a madre simplesmente apoiada

4.4 – Definição de Acções

Como referido, as acções consideradas foram modeladas como sendo variáveis aleatórias, sendo o peso próprio determinado de acordo com Branco (2006). As variáveis aleatórias foram definidas com base nas recomendações do código modelo JCSS (2001a).

Na Tabela 4.1 são apresentados os valores nominais do peso próprio dos materiais utilizados.

Tabela 4.1 - Peso próprio dos materiais utilizados

Elementos	Peso Próprio
Lamelados Colados (GL24h)	3,8 kN/m ³
Painel do tipo “sandwich”	0,5 kN/m ²

Admitiu-se que o peso próprio das madres poderia ser desprezado quando comparado com o do material de revestimento. Assim, em ambos os casos de estudo, considerou-se que a carga permanente seria de 0,5 kN/m². As cargas permanentes foram modeladas por distribuições Normais com coeficiente de variação (COV) igual a 0,1.

O valor característico da neve foi calculado com base no Eurocódigo 1 (CEN, 2003a) e a dispersão foi calculada com base nas recomendações do código modelo JCSS (2001b).

Considerando que a estrutura se localiza na Guarda (Zona 2) e a uma altitude de 830 m, obtém-se a partir da Equação 3.2 o valor característico da acção da neve ao nível do solo, S_k :

$$S_k = (0,190 \times 2 - 0,095) \times \left(1 + \left(\frac{830}{524} \right)^2 \right) = 1,0 \text{ kN/m}^2 \quad (4.1)$$

De acordo com o código modelo JCSS (2001b), a modelação mais apropriada para o peso da neve ao nível do solo é a distribuição Gamma. Para o coeficiente de variação (COV) admite-se a recomendação de Kirkegaard e Sørensen (2008) de 0,4.

Partindo do coeficiente de variação já referido anteriormente e do valor característico igual a 1,0, correspondente ao valor do percentil 98% da distribuição acumulada e o parâmetro a definido na Equação 3.3, podemos calcular pelo método da Bissecção o valor do parâmetro b (Figura 4.6 e Equação 4.2).

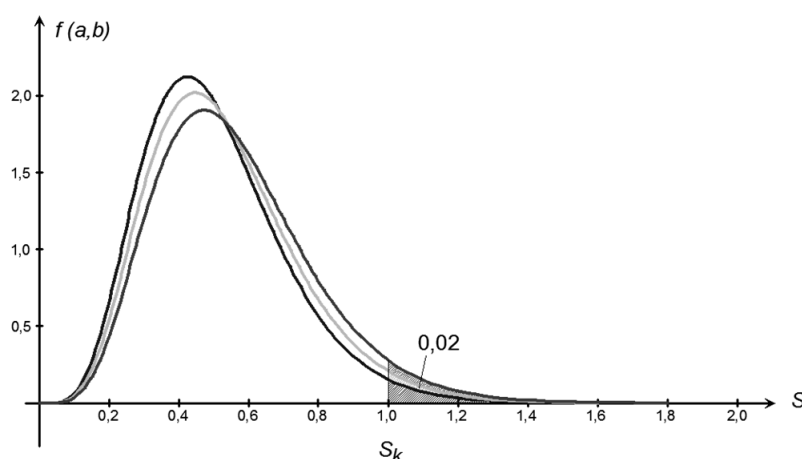


Figura 4.6 - Processo de obtenção do parâmetro b numa distribuição Gamma, sabendo o valor característico ($S_k = 1,0$) e o parâmetro a de 6,25

$$F_S(S_{0,98}) = 0,98 \Leftrightarrow F_S(1,0) = 0,98 \Rightarrow b = 0,08075 \quad (4.2)$$

Conhecendo o peso da neve ao nível do solo, determinou-se a acção da neve ao nível da cobertura. Para tal aplicou-se a Equação 3.1, em que o coeficiente de exposição, C_e , tem valor unitário por se considerar que a estrutura se encontra numa zona de exposição Normal. O coeficiente térmico, C_t , também tem valor unitário pois a cobertura apresenta

baixa condutibilidade térmica. O parâmetro que modela a geometria, μ_1 , obtido a partir da Figura 3.2 para uma inclinação de 10° .

$$S = 0,8 \times 1,0 \times 1,0 \times S_k \quad (4.3)$$

Na Tabela 4.2, estão resumidas as características das distribuições e respectivos parâmetros, para as acções consideradas.

Tabela 4.2 - Tabela resumo das características das acções

Acção	Distribuição adoptada	Parâmetros
Peso Próprio	Normal	$\mu = 0,5$; $\sigma = 0,05$
Neve (Solo)	Gamma	$a = 6,25$; $b = 0,08075$

Todas as acções foram tomadas como sendo cargas uniformemente distribuídas por unidade de área, sendo os carregamentos nas madres determinados através da multiplicação da carga pela largura de influência, e, diferente para cada caso de estudo.

4.5 – Definição de Resistências

Como referido no Capítulo 3, de entre todas as propriedades do lamelado colado, só três são independentes, sendo todas as outras calculadas a partir destas. Como a massa específica do material já foi analisada no subcapítulo das acções, resta analisar a tensão de rotura à flexão, f_m , e o módulo de elasticidade à flexão, E_m .

Para ambas as propriedades, a distribuição recomendada pelo código modelo JCSS (2006) é a Lognormal (Tabela 2.4). Dentro da gama normalmente utilizada neste tipo de estruturas em lamelados colados, optou-se por utilizar um material com valor característico de resistência à flexão, f_{mk} , de 24 N/mm^2 e com secção homogénea. Para este material, o valor característico para o módulo de elasticidade paralelo ao fio, E_m , é 9400 N/mm^2 . Comercialmente este material tem a denominação de *GL24h*, onde “GL” é a abreviatura para a denominação internacional do lamelado colado, *glulam*, “24” é a tensão resistente à flexão e “h” é devido à secção transversal ser homogénea quanto a classe de resistência.

No Capítulo 3, Tabela 3.5, foi apresentado que para os lamelados colados, o coeficiente de variação para a tensão de rotura à flexão é 0,15 e para o módulo de elasticidade à flexão

0,13. Partindo destes coeficientes de variação, e dos valores característicos e sabendo ainda que a distribuição é Lognormal, obtemos os parâmetros associados μ e σ , recorrendo uma vez mais ao método da Bissecção até obter o valor do percentil 5%.

Na Tabela 4.3 são apresentados os valores dos parâmetros μ e σ , média e desvio padrão da distribuição normal correspondente, bem como os valores médios das diferentes propriedades.

Tabela 4.3 - Tabela resumo dos parâmetros do material

Propriedade	Distribuição adoptada	Parâmetros	Valor Médio [N/mm ²]
Tensão de rotura à flexão: (f_m)	Lognormal	$\mu = 10,331$ $\sigma = 0,149$	$E[f_m] = 31,017$
Módulo de elasticidade à flexão: (E_m)	Lognormal	$\mu = 16,269$ $\sigma = 0,129$	$E[E_m] = 11728,5$

4.6 – Robustez Estrutural

4.6.1 – Avaliação Semi-probabilística

Como referido, a única acção permanente considerada é de 0,5 kN/m². Em relação à acção variável neve, aplicou-se a Equação 4.3, obtendo o valor nominal de 0,8 kN/m².

Para além dos dois modelos estruturais já mencionados, analisou-se o comportamento destas estruturas considerando a existência de imperfeições ou roturas localizadas. Os defeitos e roturas localizadas foram modelados por remoção de apoios ou da rotura de um troço de madre. Na Tabela 4.4 estão todos os sistemas analisados.

Tabela 4.4 - Casos de estudo, devido a danos ou imperfeições

Caso de Estudo (Base)	Imperfeição Ocorrida	Denominação	Modelo	
			(remoção -	- consequência)
Madre Contínua	Remoção do apoio 1	Caso 1.1		
	Remoção do apoio 2	Caso 1.2		
	Remoção do apoio 3	Caso 1.3		
	Remoção da madre 2	Caso 1.4		
	Remoção da madre 3	Caso 1.5		
Madre Simplesmente Apoiada	Remoção da madre 2	Caso 2.1		
	Remoção do apoio 3	Caso 2.2		

A segurança foi avaliada considerando para a flexão simples as Equações 3.6 e 3.7, para a verificação ao bambeamento as Equações 3.6 e 3.10, para o corte a Equação 3.13 e para a flexão desviada as Equações 3.14 e 3.15. A verificação da segurança foi realizada para todas as secções em que se averiguou ocorrerem valores máximos dos esforços. Estas são apresentadas na Figura 4.7 – a, para a madre contínua, e a Figura 4.7 – b, para a madre simplesmente apoiada.

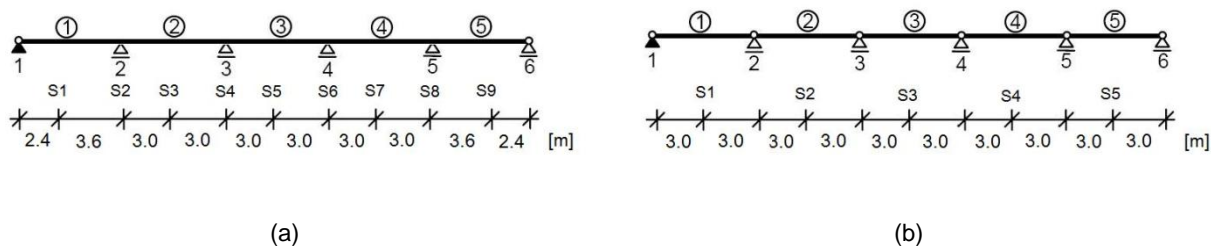


Figura 4.7 - Secções Críticas - a) madre contínua e b) madre simplesmente apoiada

Na Tabela 4.5 é resumida a verificação da segurança para os diferentes modos, considerando a estrutura intacta.

Tabela 4.5 - Resultados das verificações feitas aos casos em que a estrutura está intacta

Caso em Estudo	Verificação (Secção Condicionante)	Valor Actuante	Valor Resistente	Razão [ad]
Madre Contínua	Flexão Simples [kN/m ²] (S2)	14847	19008	0,78
	Bambeamento [kN/m ²] (S2)	14847	19008	0,78
	Corte [kN/m ²] (S2)	714,7	2542	0,28
	Flexão desviada [ad] (S2)	0,96	1	0,96
Madre Simplesmente Apoiada	Flexão Simples [kN/m ²] (vãos)	13922	19008	0,73
	Bambeamento [kN/m ²] (vãos)	13922	19008	0,73
	Corte [kN/m ²] (apoios)	464,1	2542	0,18
	Flexão desviada [ad] (vãos)	0,90	1	0,90

Verifica-se que o modelo de rotura condicionante é a flexão desviada em ambos os casos (para a madre contínua e apoiada). Constata-se ainda que, ao considerar diferentes afastamentos entre madres, se obteve margens de segurança semelhantes para os dois sistemas estruturais. Verifica-se que entre a consideração de flexão simples e flexão desviada, existe uma redução de 17% da margem de segurança.

Devido à grande margem de segurança para os outros modos de rotura, levou a que, para a análise probabilística, apenas se considere a rotura por flexão desviada.

A mesma análise (semi-probabilística) foi realizada, nos casos em que a estrutura sofreu algum dano, como apresenta a Tabela 4.6.

Tabela 4.6 - Resultados das verificações feitas aos casos em que a estrutura sofreu de algum dano ou imperfeição

Caso em Estudo	Verificação (Secção Condicionante)	Valor Actuante	Valor Resistente	Razão [ad]
Caso 1.1	Flexão Simples [kN/m ²] (S2)	70875	19008	3,73
	Bambeamento [kN/m ²] (S2)	70875	19008	3,73
	Corte [kN/m ²] (S2)	1212,8	2542	0,48
	Flexão desviada [ad] (S2)	4,58	1	4,58
Caso 1.2	Flexão Simples [kN/m ²] (S4)	52900	19008	2,78
	Bambeamento [kN/m ²] (S4)	52900	19008	2,78
	Corte [kN/m ²] (S4)	1401,8	2542	0,55
	Flexão desviada [ad] (S4)	3,42	1	3,42
Caso 1.3	Flexão Simples [kN/m ²] (S2)	40294	19008	2,12
	Bambeamento [kN/m ²] (S2)	40294	19008	2,12
	Corte [kN/m ²] (S3)	1189,1	2542	0,47
	Flexão desviada [ad] (S2)	2,60	1	2,60
Caso 1.4	Flexão Simples [kN/m ²] (S1)	17719	19008	0,93
	Bambeamento [kN/m ²] (S1)	17719	19008	0,93
	Corte [kN/m ²] (S6)	708,8	2542	0,28
	Flexão desviada [ad] (S1)	1,14	1	1,14
Caso 1.5	Flexão Simples [kN/m ²] (S2,S8)	17589	19008	0,93
	Bambeamento [kN/m ²] (S2,S8)	17589	19008	0,93
	Corte [kN/m ²] (S2,S8)	738,2	2542	0,29
	Flexão desviada [ad] (S2,S8)	1,14	1	1,14
Caso 2.1	Flexão Simples [kN/m ²] (vãos)	13922	19008	0,73
	Bambeamento [kN/m ²] (vãos)	13922	19008	0,73
	Corte [kN/m ²] (apoios)	464,1	2542	0,18
	Flexão desviada [ad] (vãos)	0,90	1	0,90
Caso 2.2	Flexão Simples [kN/m ²] (S1,S4,S5)	13922	19008	0,73
	Bambeamento [kN/m ²] (S1,S4,S5)	13922	19008	0,73
	Corte [kN/m ²] (apoios)	464,1	2542	0,18
	Flexão desviada [ad] (S1,S4,S5)	0,90	1	0,90

Entre todos os casos estudados na presente dissertação, em que se analisou rotura localizada, a hipótese de rotura no pórtico de extremidade (Caso 1.1), é a mais gravosa para as madres contínuas, já que os esforços junto ao segundo pórtico mais que quadruplicam,

aumentando consideravelmente a possibilidade de colapso do primeiro troço de madre. Quando é removido o segundo apoio (Caso 1.2), ocorre um aumento de menores proporções que o cenário descrito anteriormente, mas no entanto passa a existir a possibilidade de colapso do dobro da área. Dentro dos casos onde se analisou a remoção de apoios, o que provoca menores aumentos de esforços, é o caso em que colapsa um dos pórticos centrais (Caso 1.3), mesmo assim os esforços nas madres mais que duplicam.

Analisando agora quando a rotura ocorre em troços de madre (contínua), quando o segundo troço colapsa (Caso 1.4) o primeiro passa de um sistema em viga contínua para simplesmente apoiada, no entanto o aumento de esforços não é considerável, sendo mesmo insignificante na outra parte de madre. Os mesmos resultados são obtidos quando se considera o colapso do troço central (Caso 1.5).

Passando para a análise aos sistemas simplesmente apoiados (Caso 2.1 e 2.2), qualquer colapso localizado (de madres ou apoios) resulta no colapso estrutural, devido à falta de redundância do sistema.

Sendo o sistema simplesmente apoiado mais oneroso que o contínuo, em termos de material, este apresenta uma grande vantagem construtiva, devido à dificuldade no transporte e montagem de elementos com grande comprimento.

4.6.2 – Avaliação Probabilística

Na análise probabilística, recorreu-se à programação no programa de cálculo *MATLAB*[®] (Hanselman, 1997), sempre recorrendo a comandos simples.

Em traços gerais, separou-se o programa em três grandes grupos. No primeiro, fornecem-se todos os dados de entrada, bem como a definição das variáveis aleatórias incluindo correlação. No segundo, executa-se o cálculo de todas as verificações à segurança e contabiliza-se o número de casos de rotura. No último grupo são apresentados os resultados, probabilidade de rotura e índice de fiabilidade. Na Figura 4.8 está representado o fluxograma do programa utilizado.

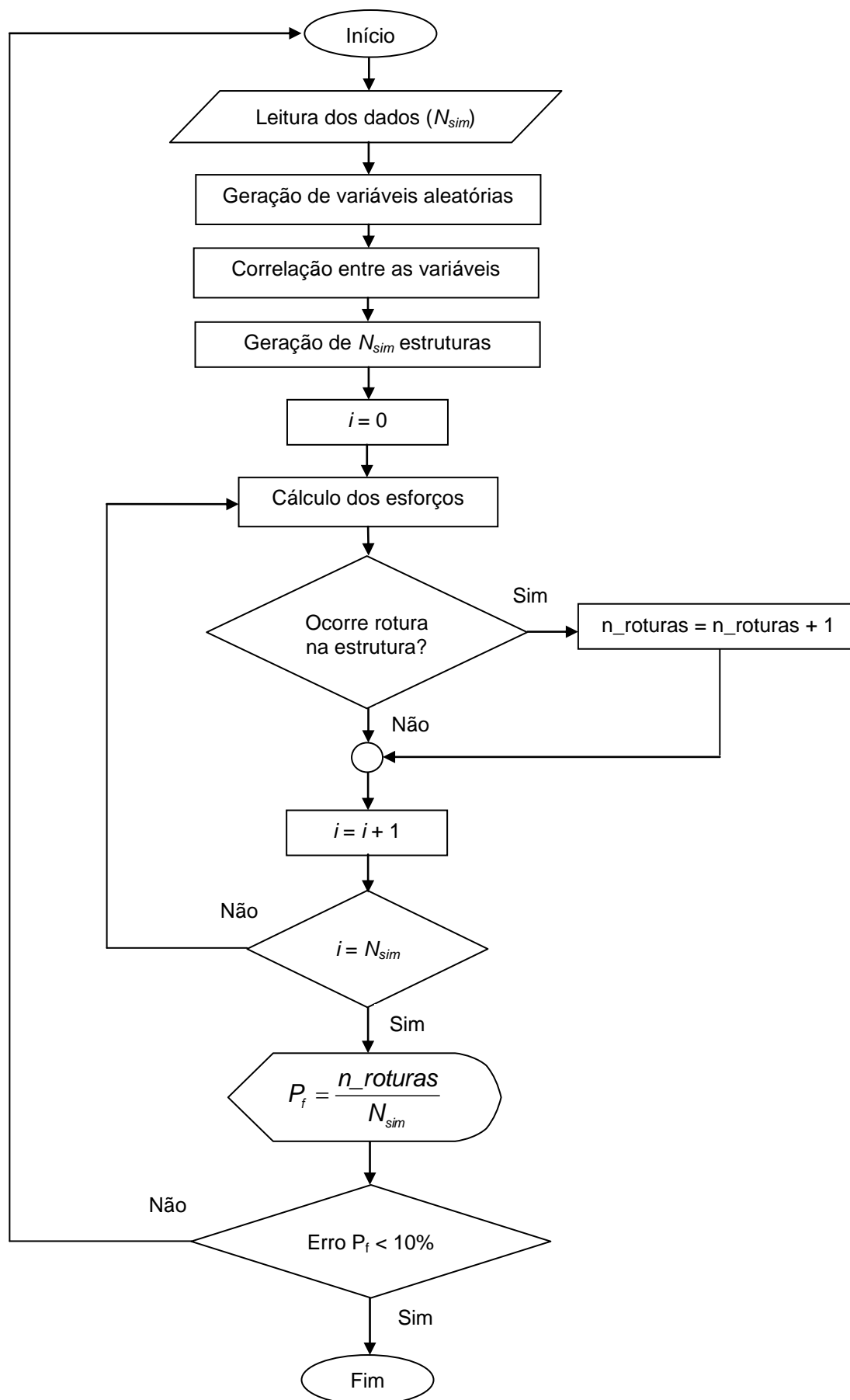


Figura 4.8 - Fluxograma do algoritmo de simulação de Monte Carlo

Inicia-se o programa por ler o número de simulações (N_{sim}) que se deseja realizar. Para o caso optou-se por fazer o maior número de ciclos possível, até obter um número mínimo de 400 roturas (valor obtido a partir de Equação 2.12 para um erro de 10%), ou 800000 ciclos (valor limite computacional). De seguida são lidos todos os valores necessários para que se possa fazer a verificação da segurança, bem como a definição das variáveis aleatórias e correlações.

Com todos os parâmetros de entrada definidos, geram-se as variáveis aleatórias necessárias para o estudo. Sendo que, as variáveis são geradas separadamente para cada secção a analisar, previamente à verificação da segurança estrutural é necessário incluir as correlações existentes entre variáveis aleatórias.

De seguida será apresentado o processo adoptado na geração de variáveis aleatórias correlacionadas (Y) a partir de um conjunto de variáveis independentes (X):

- Sendo um processo que correlaciona variáveis aleatórias com distribuição Normal reduzida (distribuição Normal com valor médio nulo e desvio padrão unitário) será necessário proceder à transformação de uma variável B (com distribuição probabilística qualquer) numa variável A (com distribuição normal reduzida), ambas de dimensão m , por:

$$A_i = \frac{B_i - \mu_{B_i}}{\sigma_{B_i}}, i = 1, 2, \dots, m \quad (4.4)$$

onde μ_{B_i} é o valor médio e σ_{B_i} o desvio padrão da variável aleatória B ;

- Seja C_X a matriz correlação do conjunto de variáveis aleatórias X :

$$C_X = \begin{bmatrix} 1 & cor(X_1, X_2) & \dots & cor(X_1, X_n) \\ cor(X_2, X_1) & 1 & \dots & cor(X_2, X_n) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ cor(X_n, X_1) & cor(X_n, X_2) & \dots & 1 \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

a matriz correlação, C_X , é uma matriz quadrada com a diagonal principal com valor unitário, e os restantes exprimem o grau de correlação entre cada valor das n variáveis aleatórias do conjunto X . É comum que todos os valores de correlação apresentem o mesmo valor, que se traduz consequentemente no grau de correlação das variáveis;

- Transforma-se a matriz correlação, C_X , numa matriz triangular superior, C_Y , (entre os vários processos existentes na bibliografia especializada (Harris, 1998), optou-se por aplicar o método de *Cholesky*);
- Para obter o conjunto Y basta aplicar a transposta da seguinte equação:

$$Y^T = C_Y^T * X^T \quad (4.6)$$

Após a geração das variáveis aleatórias procede-se à verificação da segurança de todas as estruturas. De todas as N_{sim} analisadas, contabiliza-se em quantas ocorreu rotura ($n_{roturas}$).

A partir disto é possível determinar a probabilidade de rotura, P_f , para cada caso de estudo, por:

$$P_f = \frac{n_{roturas}}{N_{sim}} \quad (4.7)$$

Caso o erro da probabilidade de rotura seja inferior a 10%, admite-se que se escolheu um bom modelo, e pode-se calcular o índice de fiabilidade por:

$$\beta = \frac{\mu_R - \mu_S}{\sqrt{\sigma_R^2 + \sigma_S^2}} \quad (4.8)$$

onde μ_R e μ_S são os valores médios da resistência e acção, respectivamente, e σ_R e σ_S o desvio padrão dos mesmos parâmetros.

Como já foi referido, o programa tem a limitação de 8×10^5 ciclos de cálculo, número este que se revelou insuficiente, quando o índice de fiabilidade é muito grande, para atingir as 400 roturas. Para os casos em que tal aconteceu, a margem de segurança foi aproximada a uma distribuição normal. A probabilidade de rotura passou a ser dada, em função do índice de fiabilidade, β , (valor obtido por aproximação da Equação 4.8) por:

$$P_f^* = \frac{1}{\sqrt{2\pi}} \cdot \exp\left(-\frac{\beta^2}{2}\right) \quad (4.9)$$

Na Tabela 4.7 estão os resultados obtidos no programa desenvolvido, para a estrutura intacta, para todas as secções críticas bem como para o sistema estrutural.

Tabela 4.7 – Resultados da análise probabilística com a estrutura intacta

Caso em Estudo	Parâmetro a estudar	Secções									Sistema
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9	
Madre Contínua	Prob. Rotura	$6,2 \times 10^{-7*}$	$9,7 \times 10^{-6*}$	$4,2 \times 10^{-9*}$	$7,3 \times 10^{-7*}$	$1,9 \times 10^{-8*}$	$7,3 \times 10^{-7*}$	$4,2 \times 10^{-9*}$	$9,7 \times 10^{-6*}$	$6,2 \times 10^{-7*}$	$9,7 \times 10^{-6*}$
	Fiabilidade	5,17	4,61	6,06	5,14	5,81	5,14	6,06	4,61	5,17	4,61
Madre Simplesmente Apoiada	Prob. Rotura	$5,3 \times 10^{-6*}$	$5,3 \times 10^{-6*}$	$5,3 \times 10^{-6*}$	$5,3 \times 10^{-6*}$	$5,3 \times 10^{-6*}$	-	-	-	-	$5,3 \times 10^{-6*}$
	Fiabilidade	4,74	4,74	4,74	4,74	4,74	-	-	-	-	4,74

(*) Resultado obtido utilizando a aproximação a distribuição normal

(-) Secção inexistente

Da análise probabilística à madre contínua, constata-se que as secções com maiores solicitações (S2 e S8) são as que apresentam maior probabilidade de rotura e por consequência menor índice de fiabilidade estrutural. Sendo que, a rotura de qualquer secção, leva a que se considere rotura estrutural (sistema em série) a probabilidade de rotura do sistema, mais não é que o menor valor entre todas as secções críticas.

A madre simplesmente apoiada apresenta esforços nas secções condicionantes semelhantes aos apresentados para a madre contínua, conduzindo a valores de fiabilidade próximos.

É de salientar que os valores apresentados, de fiabilidade, são próximos dos valores apresentados, quer no Anexo B do Eurocódigo 0 (CEN, 2001) (ver Tabela 2.2) quer no código modelo JCSS (2000) (ver Tabela 2.3).

À imagem do que foi realizado na análise semi-probabilística, também na análise probabilística foi feito o estudo para o caso de a estrutura sofrer de algum dano localizado obtendo-se os resultados apresentados na Tabela 4.8.

Nas Figuras 4.9 e 4.10 são apresentados os índices de fiabilidade de cada elemento para os dois sistemas estruturais, considerando os diferentes cenários de dano.

Tabela 4.8 - Resultados da Análise Probabilística em que a estrutura sofreu algum dano

Caso em Estudo	Parâmetro a estudar	Secções									Sistema	
		S1	S2	S3	S4	S5	S6	S7	S8	S9		
Caso 1.1	Prob. Rotura	$7,3 \times 10^{-7*}$	0,89	$6,7 \times 10^{-6*}$	$1,7 \times 10^{-9*}$	$1,3 \times 10^{-6*}$	$1,1 \times 10^{-5*}$	$1,2 \times 10^{-9*}$	$5,3 \times 10^{-6*}$	$8,5 \times 10^{-7*}$	0,89	
	Fiabilidade	5,14	-1,32	4,69	6,21	5,03	4,58	6,26	4,74	5,11	-1,32	
Caso 1.2	Prob. Rotura	$1,3 \times 10^{-2}$	$1,3 \times 10^{-3}$	$3,8 \times 10^{-6*}$	0,47	$1,3 \times 10^{-7*}$	$9,9 \times 10^{-9*}$	$2,4 \times 10^{-7*}$	$5,2 \times 10^{-5*}$	$2,9 \times 10^{-7*}$	0,47	
	Fiabilidade	0,57	0,81	4,81	-5×10^{-4}	5,46	6,62	5,35	4,23	5,32	-5×10^{-4}	
Caso 1.3	Prob. Rotura	$1,3 \times 10^{-9*}$	0,10	$3,6 \times 10^{-6*}$	$2,9 \times 10^{-2*}$	$7,3 \times 10^{-6*}$	$2,5 \times 10^{-2}$	$9,2 \times 10^{-9*}$	$8,2 \times 10^{-8*}$	$4,8 \times 10^{-6*}$	0,10	
	Fiabilidade	6,25	1,25	4,82	2,29	4,67	1,48	5,93	5,55	4,76	1,25	
Caso 1.4	Prob. Rotura	$6,1 \times 10^{-5*}$	-	-	-	$4,8 \times 10^{-7*}$	$6,1 \times 10^{-6*}$	$1,6 \times 10^{-9*}$	$6,1 \times 10^{-6*}$	$7,7 \times 10^{-7*}$	$6,1 \times 10^{-5*}$	
	Fiabilidade	4,19	-	-	-	5,22	4,71	6,22	4,71	5,13	4,19	
Caso 1.5	Prob. Rotura	$2,9 \times 10^{-7*}$	$5,7 \times 10^{-5*}$	$2,9 \times 10^{-7*}$	-	-	-	$2,9 \times 10^{-7*}$	$5,7 \times 10^{-5*}$	$2,9 \times 10^{-7*}$	$5,7 \times 10^{-5*}$	
	Fiabilidade	5,32	4,21	5,32	-	-	-	5,32	4,21	5,32	4,21	
Caso 2.1	Prob. Rotura	$5,0 \times 10^{-6*}$	-	$5,0 \times 10^{-6*}$	$5,0 \times 10^{-6*}$	$5,0 \times 10^{-6*}$	-	-	-	-	$5,0 \times 10^{-6*}$	
	Fiabilidade	4,75	-	4,75	4,75	4,75	-	-	-	-	4,75	
Caso 2.2	Prob. Rotura	$5,0 \times 10^{-6*}$	-	-	$5,0 \times 10^{-6*}$	$5,0 \times 10^{-6*}$	-	-	-	-	$5,0 \times 10^{-6*}$	
	Fiabilidade	4,75	-	-	4,75	4,75	-	-	-	-	4,75	

(*) Resultado obtido utilizando a aproximação a distribuição normal

(-) Secção inexistente

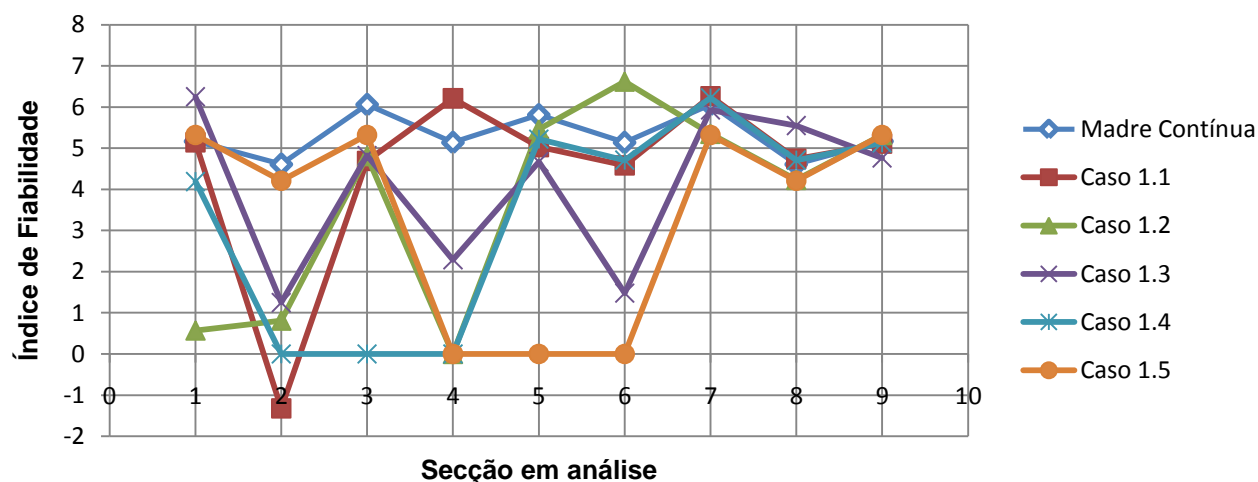


Figura 4.9 - Gráfico dos resultados da análise probabilística para a madre contínua

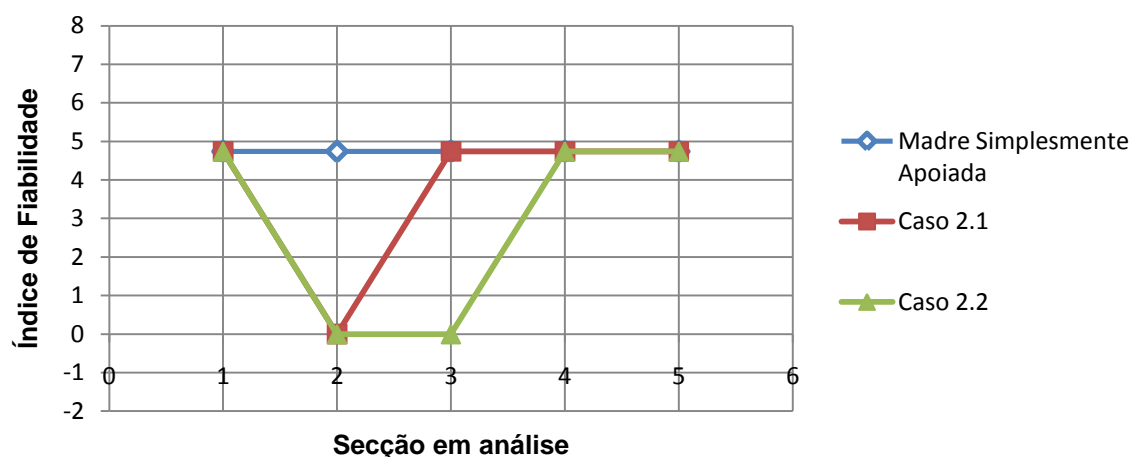


Figura 4.10 - Gráfico dos resultados da análise probabilística para a madre simplesmente apoiada

À semelhança da análise semi-probabilística, o pior cenário de rotura apresentado (para a madre contínua) é o colapso do pórtico de extremidade (Caso 1.1). Com efeito, resulta numa probabilidade de rotura nas madres de 89%, junto do segundo apoio, mantendo todas as outras secções baixas probabilidades de rotura. Por outro lado, na situação de se remover o apoio número dois (Caso 1.2) a probabilidade aumenta para 47%, junto do terceiro apoio. No entanto neste cenário a rotura está associada ao colapso de 6 metros de madre, enquanto que no primeiro caso colapsaram 12 metros. Nos cenários apresentados, onde se estudou o colapso de pórticos em madres contínuas, a situação menos gravosa quando é removido um dos apoios centrais (Caso 1.3), não deixando de ser considerável uma probabilidade de rotura de 10%.

Tal como observado na análise baseada em coeficientes parciais de segurança, o colapso de troços de madre, no caso de madre contínua (Casos 1.4 e 1.5), não altera significativamente os valores nas restantes secções.

Mais uma vez a isostatia do sistema simplesmente apoiado (Casos 2.1 e 2.2), isola qualquer género de dano (tanto em colapso de pórticos os troços de madre) deixando a restante estrutura inalterada.

4.6.2.1 – Análise ao Colapso Progressivo

Partindo do estudo feito anteriormente em todas as secções críticas, seguiu-se a análise da segurança global da estrutura. Como se pode observar na Tabela 4.8, a probabilidade de ocorrer rotura atinge, em alguns casos, valores significativos. Assim, torna-se relevante analisar a evolução do desempenho da estrutura após a ocorrência da primeira rotura.

No decorrer do estudo do colapso progressivo, foram consideradas algumas simplificações, nomeadamente:

- Sempre que ocorresse uma rotura junto de um apoio, foi assumido que a probabilidade de rotura, do lado esquerdo ou do lado direito seria igual;
- O estudo da progressão era dado por concluído, sempre que a probabilidade de rotura em todas as secções críticas fosse excessivamente baixa (inferior a 5×10^{-5}), ou que a ruína fosse completa;
- Quando uma rotura separa a estrutura, a estrutura passa a ser estudada como duas estruturas distintas, sem correlação entre elas.

Seguindo as simplificações acima referidas, e aplicando o algoritmo de simulação desenvolvido, obteve-se um grande número de resultados. Para que de uma forma simples se possa apresentar e analisar os resultados, estes são apresentados em árvores de decisões. Sempre que se revelou necessário, foi feita uma árvore de decisões para cada caso em estudo.

A análise do colapso progressivo só se revelou necessária em três casos de estudo (Caso 1.1, Caso 1.2 e Caso 1.3), em todos os outros, as imperfeições estudadas conduzem a uma probabilidade de colapso bastante baixa (inferior a 5×10^{-5}).

Subsequentemente será apresentado o esquema de rotura para os três casos condicionantes, mencionados anteriormente (Figuras 4.11, 4.12 e (4.13 e 4.14) para os Casos 1.1, 1.2 e 1.3, respectivamente), onde o símbolo \times representa o local onde se está a estudar a probabilidade de rotura, \otimes indica os locais onde se está a estudar a probabilidade de não rotura e \boxtimes indica as secções onde ocorreram roturas anteriormente. Sempre que o Caso em estudo seja terminal, este aparece a *Negrito*. Será ainda exibido a probabilidade de rotura (ou não rotura, mediante a simbologia adoptada), sabendo que o cenário que lhe é antecedente ocorreu.

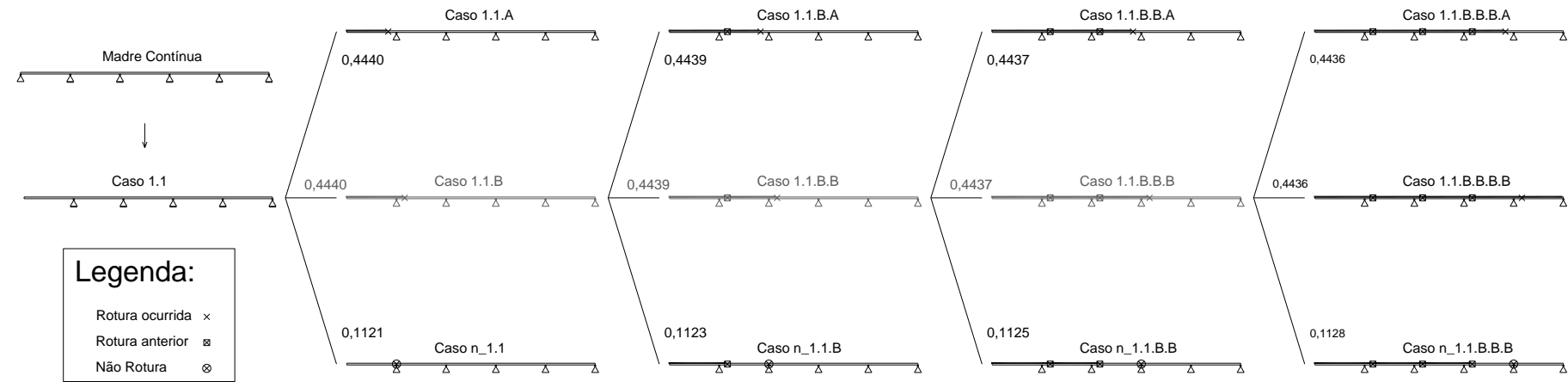


Figura 4.11 - Esquema de Rotura para o Caso 1.1

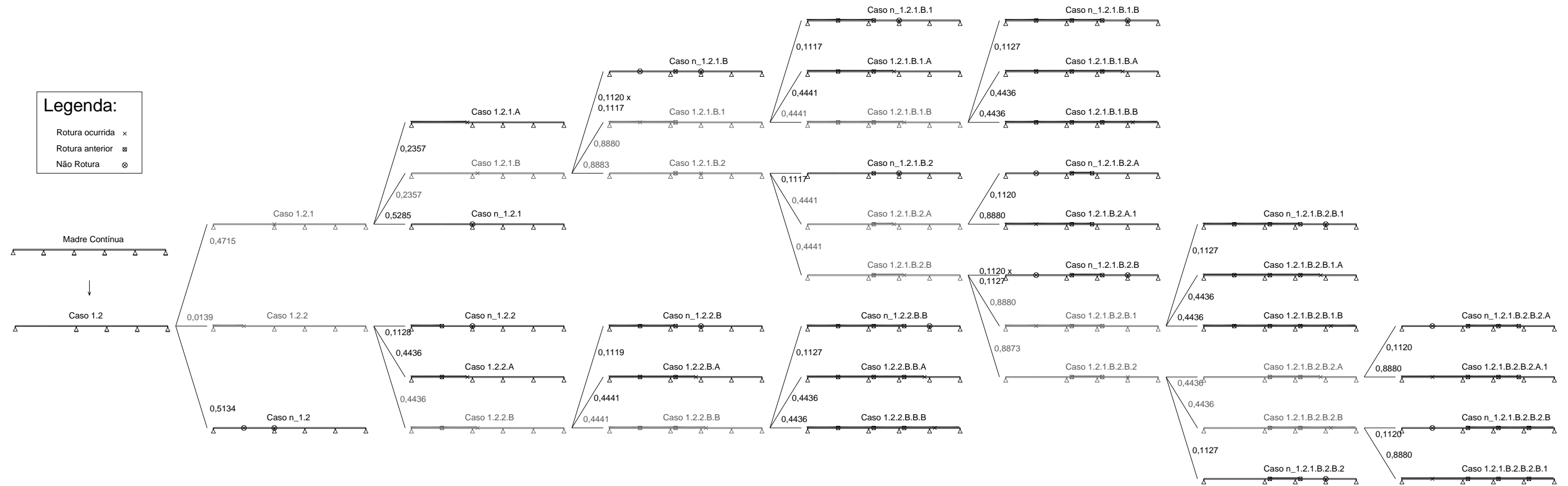


Figura 4.12 - Esquema de Rotura para o Caso 1.2

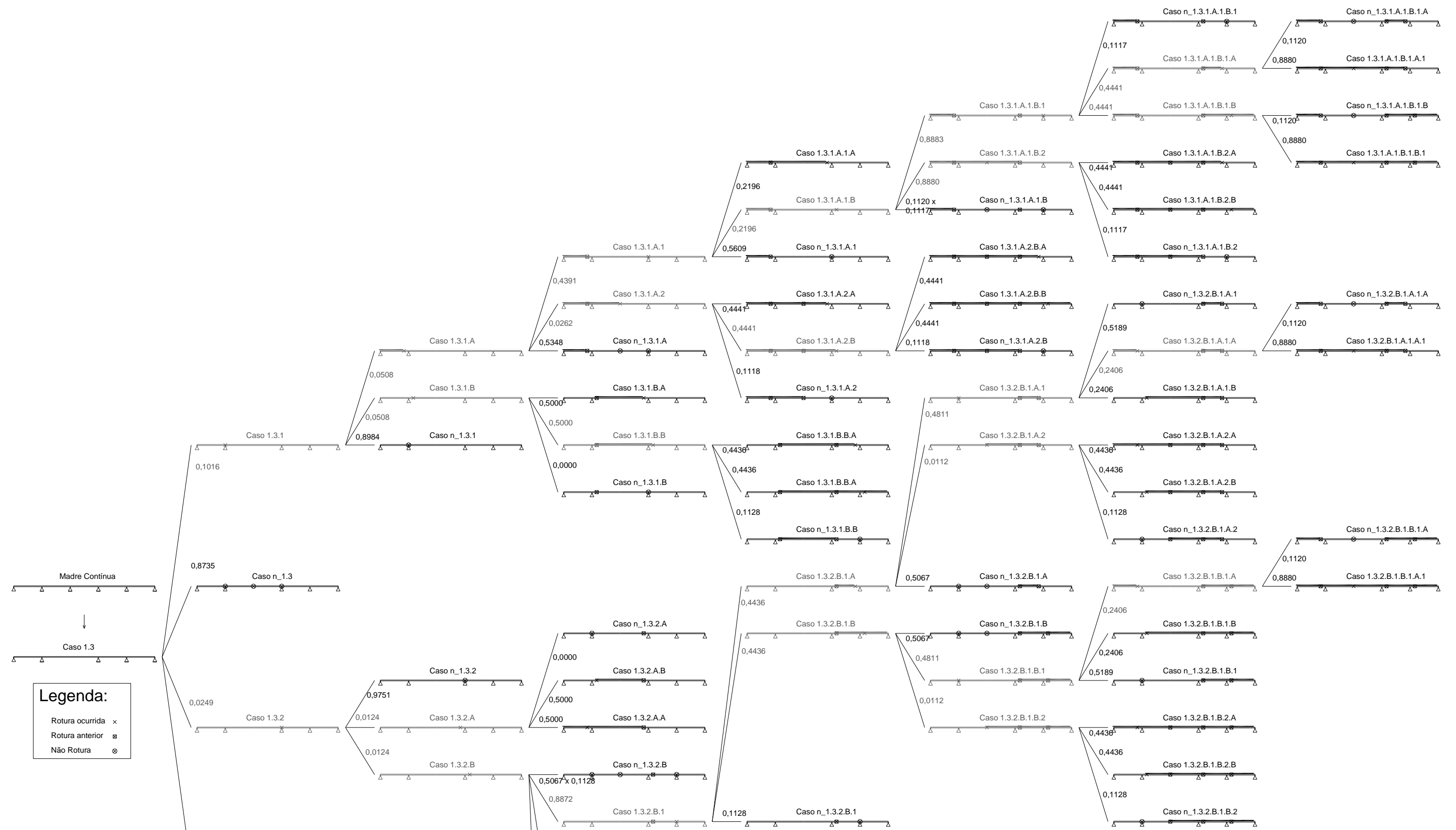


Figura 4.13 - Esquema de Rotura para o Caso 1.3 (1ª Parte)

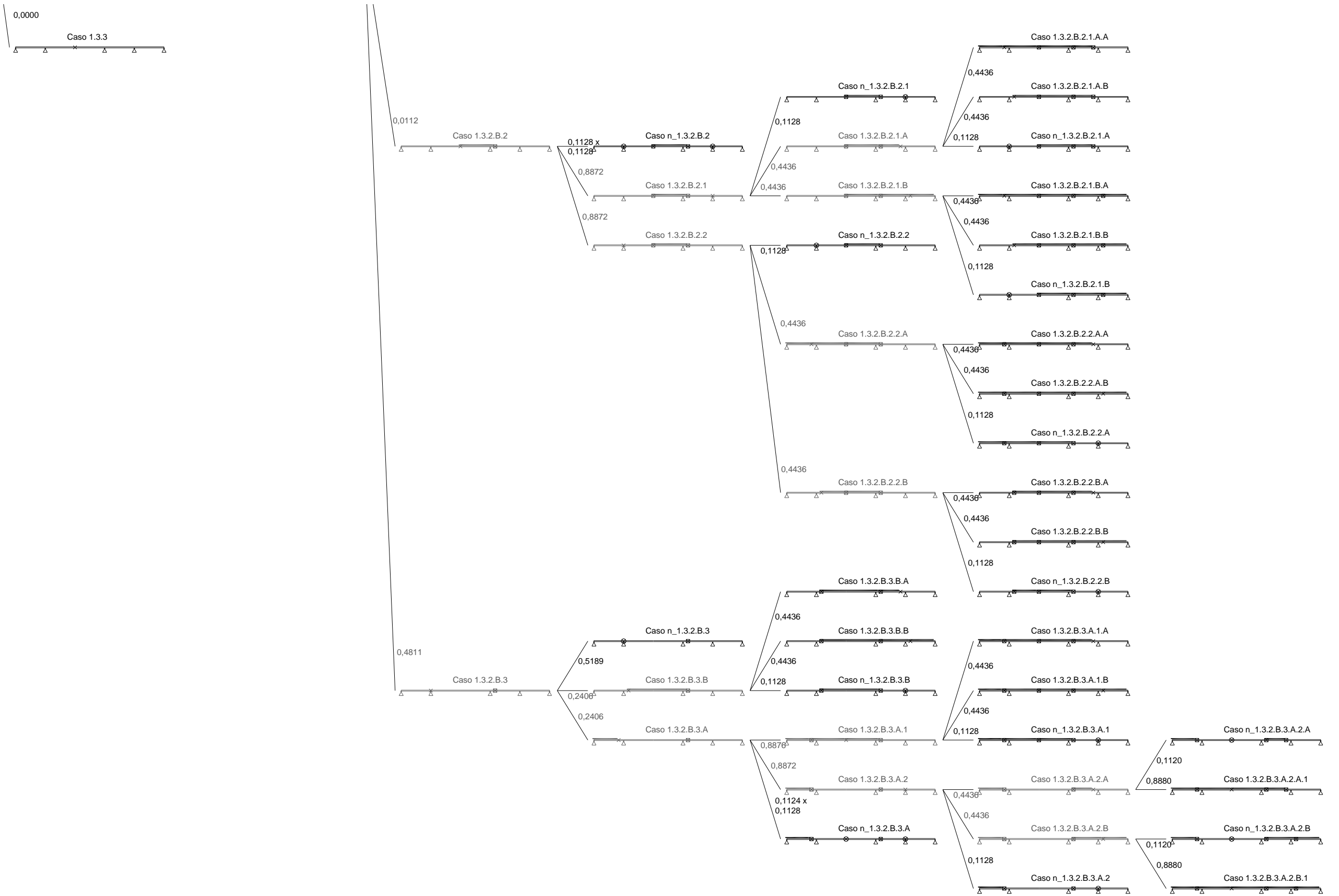


Figura 4.14 - Esquema de Rotura para o Caso 1.3 (2ª Parte)

Os esquemas de rotura anteriormente apresentados, tem por finalidade e representação de todos os modos possíveis de rotura, que a estrutura pode apresentar, mediante a ocorrência de determinado dano.

Quando se remove um dos apoios de extremidade (Caso 1.1 – Figura 4.11), passam a existir três cenários possíveis: 1 – a madre permanece intacta; 2 – a madre falha do lado esquerdo do apoio 2; 3 – a madre falha do lado direito do apoio 2. Caso não ocorra rotura, não existe dano e a análise dá-se por concluída (11% de probabilidade de ocorrência), no entanto se a rotura ocorrer do lado esquerdo do apoio 2, colapsa o troço 1 da madre, permanecendo a restante estrutura intacta, ficando terminado o estudo (44% de probabilidade), por outro lado se a rotura ocorrer no lado direito do apoio 2, colapsa o troço 1 de madre, deixando uma consola correspondente ao troço 2, passando a existir as mesmas três hipóteses descritas anteriormente (44% de probabilidade). O cenário descrito foi repetido mais três vezes, até que a ruína do sistema fosse completa, de modo a abranger todas as hipóteses possíveis.

Adoptando a mesma metodologia, elaborou-se o esquema de rotura dos casos de estudo 1.2 e 1.3 (Figuras 4.12 e (4.13 e 4.14) respectivamente).

Para que posteriormente fosse elaborada uma análise de risco, foi necessária a obtenção de mais informações. Para o efeito em cada hipótese de estudo, são apresentados cinco informações distintas (Figura 4.15):

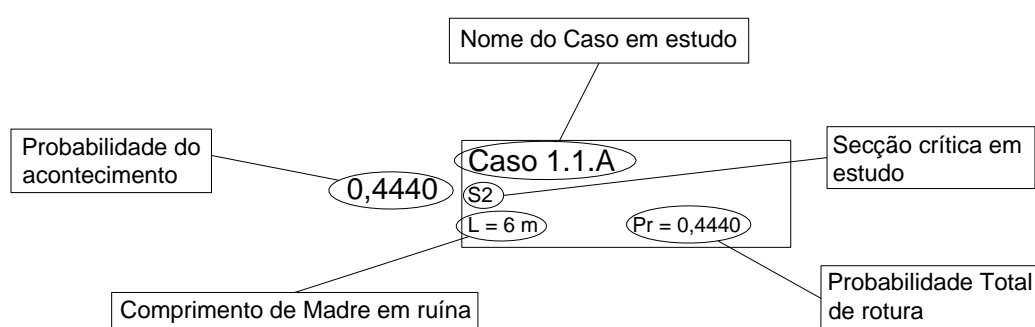


Figura 4.15 - Resultados para cada caso de estudo

- 1) *Nome do Caso em estudo*: Para cada um dos casos em estudo, é atribuído um nome. Quando no nome aparece uma terminologia numérica (1, 2, 3 ou 4) (Figura 4.16 - b), isto indica que existe rotura em várias secções, pelo contrário quando termina em A ou B, isto corresponde que ocorre rotura do lado esquerdo ou direito,

respectivamente, do apoio (Figura 4.16 - a). Se o nome do caso inicia com a letra *n*, equivale a uma não rotura;

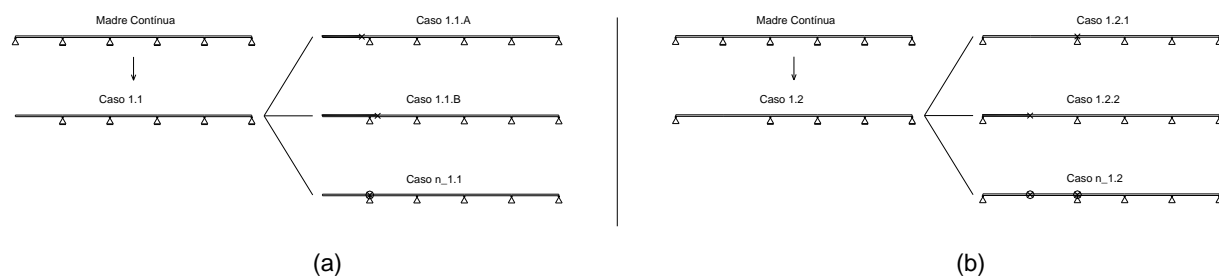


Figura 4.16 - Exemplo de nome atribuído - A e B (a), 1 e 2 (b)

- 2) *Secção crítica em Estudo*: À semelhança do que foi efectuado na análise semi-probabilística também nesta foram consideradas secções críticas, no entanto agora considera-se catorze secções para a madre contínua, e cinco secções para a madre simplesmente apoiada. Na Figura 4.17 estão representadas as secções consideradas;



Figura 4.17 - Secções críticas consideradas: a) Madre Contínua; b) Madre Simplesmente Apoiada

- 3) *Comprimento de madre em ruína*: Indica o comprimento de madre que já se encontra colapsada;
- 4) *Probabilidade do acontecimento*: Valor relativo à probabilidade de ocorrência do caso em estudo, tendo em conta o caso imediatamente anterior;
- 5) *Probabilidade total de rotura*: Valor da probabilidade de rotura do caso em estudo, tendo em consideração todos os acontecimentos que lhe deram origem.

Para facilitar a consulta dos novos dados, foram mantidas as mesmas árvores de decisões anteriormente exibidas. Para o efeito são apresentados nas Figuras 4.18, 4.19 e 4.20 os resultados da análise probabilística ao colapso progressivo dos Casos de estudo 1.1, 1.2 e 1.3, respectivamente.

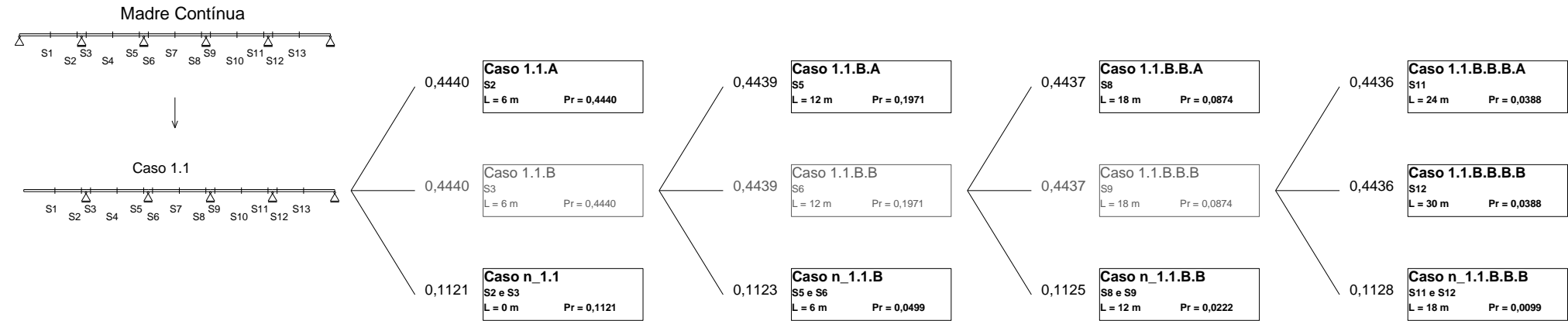


Figura 4.18 - Resultados da Análise Probabilística ao colapso progressivo para o Caso 1.1

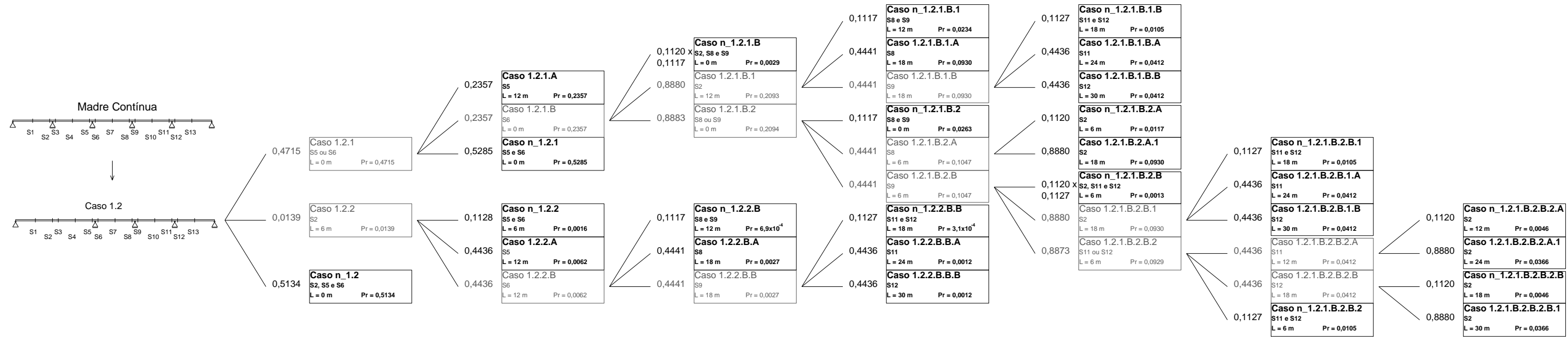


Figura 4.19 - Resultados da Análise Probabilística ao colapso progressivo para o Caso 1.2

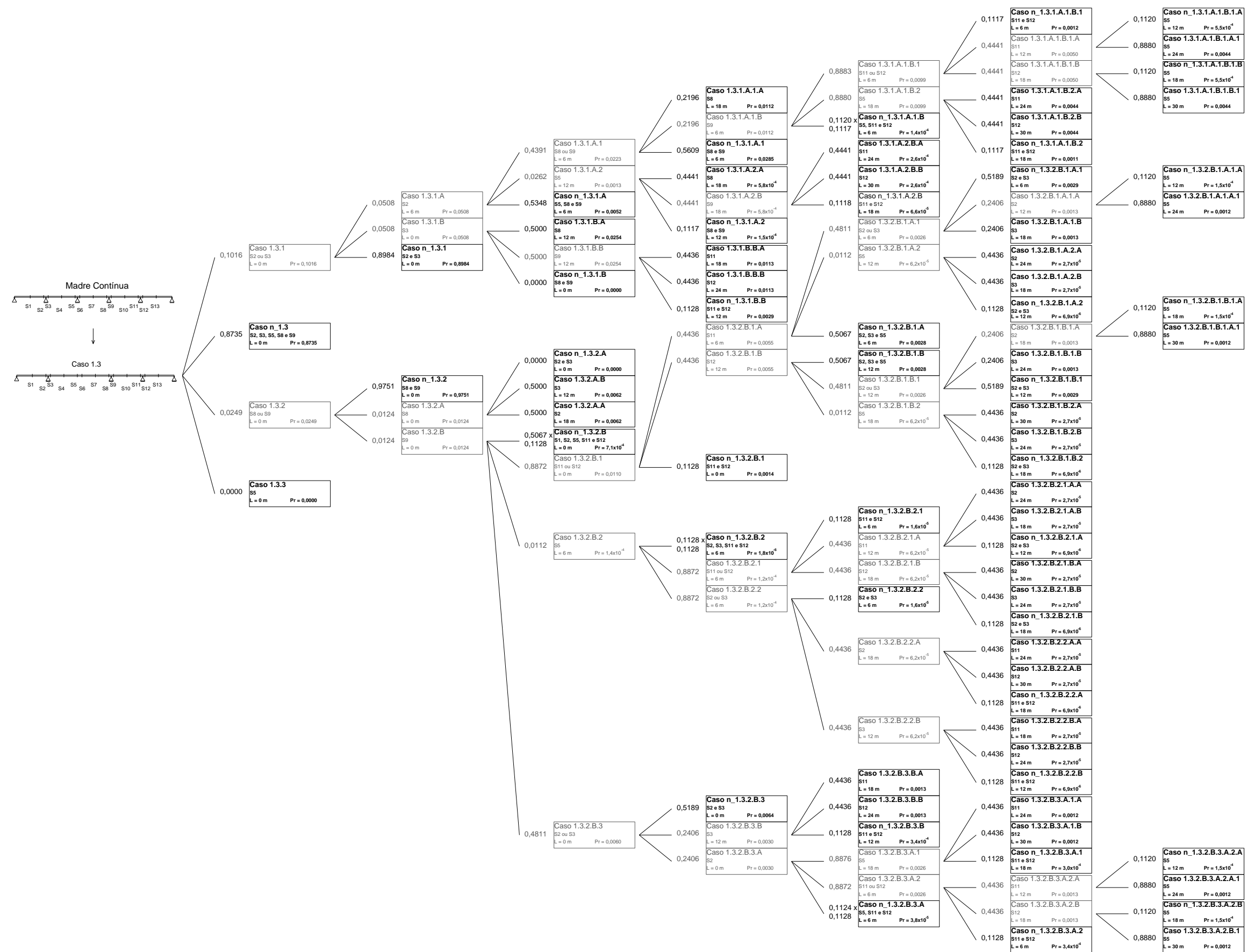


Figura 4.20 - Resultados da Análise Probabilística ao colapso progressivo para o Caso 1.3

Como se pode observar na Figura 4.18, para a situação de colapso de um dos pórticos de extremidade (Caso 1.1), podem ocorrer três cenários distintos: 1 – a madre permanece intacta e não colapsa, $L = 0$ m (Caso n_1.1), devido à não rotura quer na secção 2 quer na 3, apresentando uma probabilidade de ocorrência de 11%; 2 – o primeiro troço de madre colapsa, $L = 6$ m, mas rompe na secção 2 (Caso 1.1.A), o que restringe o dano, impedindo que este se propague para a restante estrutura, com uma probabilidade acontecimento de 44%; 3 – o primeiro troço de madre colapsa, $L = 6$ m, mas rompe pela secção 3 (Caso 1.1.B), podendo deste o dano propagar-se para o sistema estrutural (probabilidade de 44%). Em tudo semelhante à situação descrita anteriormente, o dano pode propagar-se de consola em consola, bastando para isso que a rotura ocorra do lado direito dos apoios, até que toda a estrutura tenha colapsado.

Como referido, a probabilidade total de rotura é obtida pela consideração de todo o processo que levou ao cenário em estudo. Como exemplo, para o Caso 1.1.B.B.B.A a probabilidade total de rotura, P_r , é dada por:

$$P_r = \text{Caso 1.1.B} \times \text{Caso 1.1.B.B} \times \text{Caso 1.1.B.B.B} \times \text{Caso 1.1.B.B.B.A} \quad (4.10)$$

$$\Leftrightarrow P_r = 0,0388$$

Seguindo a mesma filosofia de cálculo, executou-se igual análise para os restantes casos onde o colapso progressivo foi considerado, Casos 1.2 e 1.3 nas Figuras 4.19 e 4.20 respectivamente.

4.7 – Análise do Risco

A comparação de diferentes cenários de colapso, só pode ser realizada se se considerar não só a probabilidade de rotura mas também as consequências associadas. Nesse sentido as várias soluções foram comparadas considerando o risco (Equação 2.26).

Sendo definida na secção anterior a probabilidade total de cada acontecimento, contabilizou-se a consequência por duas formas, uma pela área afectada e outra pelo quadrado da área, devido à incerteza associada ao real valor das consequências morais e sociais provocadas pelo colapso estrutural. Desse modo o risco é definido como sendo o somatório de todos os n cenários possíveis, dentro do mesmo dano inicial:




$$Risco_1 = \sum_{i=1}^n P_{t_i} \times L_i \times e_i \quad (4.11)$$

$$Risco_2 = \sum_{i=1}^n P_{t_i} \times L_i^2 \times e_i^2 \quad (4.12)$$

onde P_t é a probabilidade total de rotura, L o comprimento de madre em ruína e e o espaçamento entre madres consecutivas.

Para o estudo comparativo dos dois Casos (madre contínua e simplesmente apoiada), criaram-se três cenários adicionais com base no sistema estrutural da madre simplesmente apoiada (Casos R.1 e R.2 associado ao colapso dos apoios 1 e 2 respectivamente e o Caso R.3 ao colapso do troço 3 de madre) (Tabela 4.9). Para estes novos casos não foi necessário fazer nenhum estudo probabilístico, pois a estrutura é isostática e qualquer anomalia a nível dos elementos, induz a rotura (acontecimento certo, $P_t = 1,0$).

Tabela 4.9 - Casos adicionais para a Análise de Risco

Nome do Caso	Esquema
Caso R.1	
Caso R.2	
Caso R.3	

Com os parâmetros definidos, probabilidade de acontecimento e respectiva consequência, procedeu-se ao cálculo do nível de risco para todos os casos em estudo (Tabela 4.10).

Tabela 4.10 - Resultados da Análise de Risco para cada caso de estudo

Caso de Estudo	Caso 1.1	Caso 1.2	Caso 1.3	Caso 1.4	Caso 1.5	Caso 2.1	Caso 2.2	Caso R.1	Caso R.2	Caso R.3
Risco_1 [m ²]	13,2	19,3	3,3	8,4	8,4	6,6	13,2	6,6	13,2	6,6
Risco_2 [m ⁴]	270,8	562,2	89,1	70,6	70,6	43,6	174,2	23,6	174,2	43,6

Dentro de todos os cenários estudados, a remoção do segundo apoio em madre contínua (Caso 1.2) é o que apresenta maior risco. Apresentando-se igualmente gravoso quer o colapso do pórtico de extremidade em madre contínua (Caso 1.1) quer a ruína de um dos pórticos interiores em madre simplesmente apoiada (Casos R.2 e 2.2). Sendo dos casos mais seguros a quando da remoção de troços de madre (Casos 1.4, 1.5, 2.1 e R.3) ou o colapso do apoio 1 em madre simplesmente apoiada (Caso R.1). Entre os casos em análise, o colapso do pórtico 3 em madre contínua (Caso 1.3) surge como o dano que provoca menor risco para os ocupantes de estrutura.

No entanto devido à proximidade de resultados, não é possível afirmar, qual dos dois sistemas construtivos é mais vantajoso. Para o efeito, prossegue-se com a análise de risco assumindo os seguintes axiomas:

- Assume-se que o colapso de qualquer um dos seis pórticos é igual a 1/6 e dos troços de madre 1/5. Adota-se ainda que todos os acontecimentos são independentes entre si;
- Os cenários em madre contínua a quando da remoção dos pórticos (Casos 1.1, 1.2 e 1.3) podem ser associados aos casos em madre simplesmente apoiada (Casos R.1, R.2 e 2.2) respectivamente;
- Os cenários em madre contínua a quando do colapso de troços de madre (Casos 1.4 e 1.5) podem ser associados aos casos em madre simplesmente apoiada (Casos 2.1 e R.3) respectivamente.

Baseado nestas assumpções foi possível obter qual o risco total de cada uma das soluções estudadas (madre contínua e simplesmente apoiada), quando estas sofriam de colapso de pórticos ou troços de madre (Tabela 4.11 para o colapso de pórticos e Tabela 4.12 para troços de madre):

$$Risco_total = \sum_{i=1}^n P(Cenário_i) \times R(Caso_i) \quad (4.13)$$

$P(Cenário_i)$ é a probabilidade de cada um dos cenários (colapso de apoios e troços de madre, separadamente) e $R(Caso_i)$ o risco associado.

Tabela 4.11 - Resultados da Análise de Risco para o colapso de pórticos

<i>Risco_total</i>	Madre Contínua	Madre Simplesmente Apoiada
Risco_1 [m²]	6,0	5,5
Risco_2 [m⁴]	153,7	65,3

Para a eventualidade de colapso de um dos pórticos da estrutura, o sistema em madre contínua apresenta maior risco em comparação com o sistema simplesmente apoiado, sendo maior a diferença quanto maior o nível de consequência associado à rotura.

Tabela 4.12 - Resultados da Análise de Risco para o colapso de troços

<i>Risco_total</i>	Madre Contínua	Madre Simplesmente Apoiada
Risco_1 [m²]	3,4	2,6
Risco_2 [m⁴]	28,2	17,4

À semelhança dos resultados anteriores, também na possibilidade de colapso de troços de madre, a solução em madre contínua exibe um maior risco do que a solução simplesmente apoiada.

4.8 – Considerações Finais

Um dos propósitos deste trabalho é a comparação dos dois métodos de cálculo mais comumente utilizados na Engenharia Civil (probabilístico e semi-probabilístico). No decorrer do estudo veio-se a constatar que, sempre que se aproximou do dimensionamento óptimo pelo método dos coeficientes parciais de segurança, estes revelavam na análise probabilística, índices de fiabilidade próximos dos preconizados no Anexo B do Eurocódigo 0 (CEN, 2001). Em particular, para o caso da madre contínua, em que, no método semi-probabilístico a razão entre a acção e a resistência é 0,96 (Tabela 4.5), na análise probabilística obteve-se a um índice de fiabilidade, β , de 4,61 (Tabela 4.7), mostrando a adequação dos coeficientes de segurança definidos nos regulamentos

Do estudo aos resultados obtidos pelas análises semi-probabilística (Tabela 4.6) e probabilística (Tabela 4.8), pode constatar-se a grande diminuição de fiabilidade estrutural por parte da madre contínua, quando esta é afectada pela remoção de um dos apoios (Casos 1.1, 1.2 e 1.3), em particular na situação de colapso do pórtico de extremidade (Caso 1.1). Comparativamente à madre apoiada, este último parece ser mais seguro, mesmo apresentando uma grande perda de resistência, no sistema apoiado os elementos adjacentes ao dano colapsam automaticamente.

Só com a análise de risco essa premissa (o sistema contínuo é mais seguro que o apoiado) foi refutada. Existindo a possibilidade de colapso de um dos pórticos, da análise de risco obteve-se que o sistema apoiado é 8% mais seguro que o contínuo (aumentando a margem para 57% quando o nível de consequência aumenta, *Risco_2*) (Tabela 4.11).

No que diz respeito ao colapso de elementos de madre, quer dos resultados da análise pelos coeficientes parciais de segurança (Tabela 4.6) quer dos resultados obtidos pela simulação de Monte Carlo (Tabela 4.8), constatou-se que a redução de segurança era praticamente negligenciável. Por outro lado, devido ao facto de se adoptar diferentes espaçamentos entre madres consecutivas, para se manter margens de segurança semelhantes, na análise de risco a madre apoiada revela ser um sistema 23% mais seguro comparativamente ao contínuo, subindo para 38% caso se adopte um nível de consequências mais grave (Tabela 4.12)

De um modo geral, pode afirmar-se que o sistema simplesmente apoiado, mesmo sendo mais oneroso devido ao aumento de consumo de material, é uma solução mais robusta, quer a nível de erros cometidos em pórticos (caso de Siemens Arena em Bellerup) quer a nível de troços de madre (caso de Bad Reichenhall).

CAPÍTULO 5

CONCLUSÕES

Neste trabalho apresentou-se uma análise inovadora da robustez de estruturas secundárias em madeira, com particular ênfase na análise de risco associado à falha de um elemento principal. A análise realizada baseia-se numa modelação da falha da estrutura como uma árvore de eventos, em que as probabilidades de cada evento são calculadas utilizando simulação de Monte Carlo. O custo do colapso foi, simplificadamente, assumindo como uma função da área de cobertura destruída por um acidente.

Os resultados apresentados mostram claramente que a robustez não se relaciona apenas com a redundância e que um aumento da redundância pode, em algumas situações, provocar um aumento do risco de colapso.

Assim, demonstra-se que a utilização de sistemas secundários contínuos, de grande resistência e rigidez, pode resultar numa redução de segurança da estrutura, ao contrário daquilo que seria de esperar à partida dos resultados de uma análise semi-determinística, que desprezasse o efeito de sistema da estrutura.

Como primeiro estudo realizado nesta temática, este apresenta algumas limitações que poderão ser reavaliadas em trabalhos futuros. Uma das limitações, prende-se com a consideração apenas do denominado sistema secundário (madres de cobertura) descorando a influência da robustez dos pórticos e da sua resistência, simulados por apoios móveis.

Outro ponto a referir, é a consideração das cargas como estáticas. Efectivamente a rotura localizada é, em geral, muito rápida, produzindo significativos efeitos de amplificação dinâmica.

As primeiras recomendações para trabalhos futuros prendem-se pela colmatação das limitações do presente estudo, apresentadas anteriormente, nomeadamente:

- 1) *Considerar a robustez e resistência dos pórticos* – não limitar a análise ao sistema secundário e considerar a estrutura como um todo;
- 2) *Ações dinâmicas* – devido à natureza das acções, fará todo o sentido que futuramente se abandone a abordagem estática.

No entanto para além das recomendações com base nas limitações, será interessante o estudo em outros campos, mantendo a área da robustez em estruturas de madeira, concretamente na consideração e comparação de outras acções, nomeadamente acções horizontais.

Será de todo vantajoso não limitar o estudo aos dois sistemas de madre, considerados no presente trabalho, mas sim abranger sistemas que considerem emendas em diferentes locais, considerando a rigidez das mesmas.

Extrapolando o estudo efectuando, para estruturas com sistemas mais complexos, irá conseguir-se obter conclusões mais próximas da realidade, nomeadamente se se simular em três dimensões.

BIBLIOGRAFIA

- Baker, J. W. e Schubert, M. e Faber, M. H. (2008). "On the assessment of robustness", Civil and Environmental Engineering, Terman Engineering Center, Stanford, United States and Institute for Structural Engineering, Swiss Federal Institute of Technology, Zürich, Switzerland.
- Branco, J.(2006). "Apontamentos da disciplina de Estruturas de Madeira". 1ª Edição, Escola de Engenharia da Universidade do Minho, Guimarães.
- Caldeira, L. (2008). "Apontamentos da disciplina de Segurança e Dimensionamento de Estruturas". Faculdade de Ciências e Tecnologia da Universidade Nova de Lisboa, Lisboa.
- Canisius, T. D. G. e Sørensen, J. D. e Baker J.W. (2007). "Robustness of Structural systems – a New Focus For The Joint Committee on Structural Safety (JCSS)". Applications of Statistics and Probability in Civil Engineering, Taylor & Francis Group, London.
- CEN (2001). ENV 1990 – "Eurocode 0 – Basis of Structural Design". European Committee for Standardization (CEN), Brussels.
- CEN (2003a). ENV 1991-1-3 – "Eurocode 1 – Actions on structures – Part 1-3: General Actions – Snow Loads". European Committee for Standardization (CEN), Brussels.
- CEN (2003b). ENV 1995-1-1 – "Eurocode 5 – Design of Timber Structures – Part 1-1: General – Common rules and rules for buildings". European Committee for Standardization (CEN), Brussels.
- Dietsch, P.(2003). "Secondary Structures – Purlins – Robustness Considerations", Universitaet Muenchen, Deutschland.
- Ellingwood, B. R. e Dusenberry, D. O. (2005). "Building Design for Abnormal Loads and Progressive Collapse". Georgia Institute of Technology, Department of Civil

Engineering, Atlanta, Georgia e Simpson Gumpertz & Heger Inc., Waltham, Massachusetts.

Faber, M.H. (2007). "Risk and Safety in Civil Engineering", Lecture Notes. Swiss Federal Institute of Technology Zurich, Zurich.

Hanselman, D. e Littlefield B. (1997). "The student edition of MATLAB : user's guide". Upper Saddle River, United States, Prentice Hall.

Harris, J. W. e Stocker, H. (1998). "Handbook of Mathematics and Computational Science". Springer, New York.

Henriques, A.A.R. (1998). "Aplicação de Novos Conceitos de Segurança no Dimensionamento do Betão Estrutural". Dissertação para Doutoramento em Engenharia Civil, Faculdade de Engenharia da Universidade do Porto.

Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2000). "Part 1: Basis of Design". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.

Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2001a). "Part 2: Load Models – 2.1 Self Weight". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.

Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2001b). "Part 2: Load Models – 2.12 Snow". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.

Joint Committee on Structural Safety (JCSS, 2006). "Part 3: Resistance Models – 3.5 Properties of Timber". Probabilistic Model Code, Internet Publication: www.jcss.ethz.ch.

Kirkegaard, P. H. e Sørensen, J. D. (2008). "A Probabilistic Approach for Robustness Evaluation of Timber Structures". COST Action E55 "Modelling of the Performance of Timber Structures", Helsinki.

Laranja, R. e Brito, J. (2003). "Verificação Probabilística da Segurança das Estruturas". Engenharia Civil –UM Vol. 18, pp. 63-79.

Lemaire, M. et Chateaneuuf, A. et Mitteau, J.C. (2005). "Fiabilité des structures, couplage mécano-fiabiliste statique", Lavoisier, Paris.

Mihaela, I. O. e Nicolae, T. e Mihai, B. e Cătălin, B. e Silvia, R. e Radu, B. (2009). "Robustness of Civil Engineering Structures – A Modern Approach in Structural

Design", Universitatea Tehnică "Gheorghe Asachi" din Iași e Universitatea "Politehnica" din Timișoara, România.

Neves, L.A.C. e Cruz, P.J.S. (2001). "Introdução à Análise Probabilística Simplificada da Segurança Estrutural". Revista Engenharia Civil, nº 12, pp. 65-80.

Rolf, F. (2008) - "Der Einsturz der Eissporthalle in Bad Reichenhall - Wie hätte er verhindert werden können?", Sennewald Ingenieurgesellschaft, München.

Starossek, U. e Haberland, M. (2008). "Measures of Strutural Robustness – Requirement & Applications". ASCE SEI Structures Congress – Crossing Borders, Vancouver, Canada.

Starossek, U. e Wolff, M. (2005). "Design of Collapse-Resistant Structures". JCSS and IABSE Workshop on Robustness of Structures.

ANEXOS

ANEXO A

ESFORÇOS DE CÁLCULO PARA CARGA UNIFORMEMENTE DISTRIBUÍDA

Neste anexo encontra-se os esforços para todos os casos de estudo, com carga unitária uniformemente distribuída. Os Esforços foram retirados de um programa de cálculo estrutural por elementos finitos, SAP 2000[®]. Na Figura A.1 e A.2 encontra-se o modelo de cálculo, já referido no Capítulo 4, a numeração e sentidos adoptados para os casos em estudo, na Figura A.1 para a madre contínua e na Figura A.2 para a madre simplesmente apoiada.

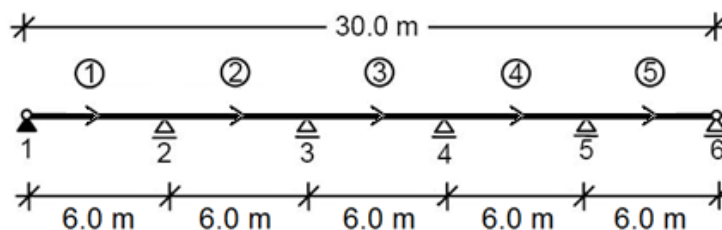


Figura A.1 - Modelo de cálculo, numeração das madres e sentido, para a madre contínua

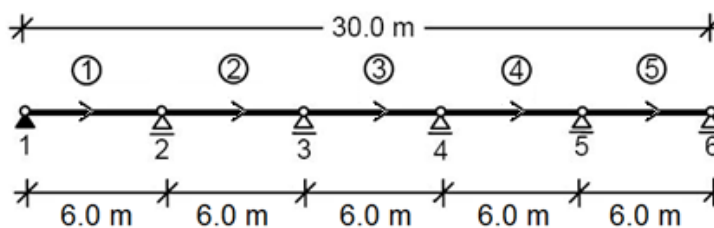


Figura A.2 - Modelo de cálculo, numeração das madres e sentido, para a madre simplesmente apoiada

Nas tabelas seguintes encontra-se todos os esforços condicionantes para a estrutura, no início e fim de cada madre, e caso seja relevante o esforço máximo no vão da madre, exemplo comum para o momento flector.

Tabela A.1 - Esforços para a Madre Contínua

Madre	Esforço	Secção	Valor
1	V [kN]	Início	2,37
		Fim	-3,63
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	-3,79
		Máximo	2,80
2	V [kN]	Início	3,16
		Fim	-2,84
	M [kNm]	Início	-3,79
		Fim	-2,84
		Máximo	1,18
3	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	-2,84
		Fim	-2,84
		Máximo	1,66
4	V [kN]	Início	2,84
		Fim	-3,16
	M [kNm]	Início	-2,84
		Fim	-3,79
		Máximo	1,18
5	V [kN]	Início	3,63
		Fim	-2,37
	M [kNm]	Início	-3,79
		Fim	0,00
		Máximo	2,80

Tabela A.2 - Esforços para a Madre Simplesmente Apoiada

Madre	Esforço	Secção	Valor
1	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50
2	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50
3	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50
4	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50
5	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50

Tabela A.3 - Esforços para o Caso 1.1

Madre	Esforço	Secção	Valor
1	V [kN]	Início	0,00
		Fim	-6,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	-18,00
		Máximo	-
2	V [kN]	Início	6,16
		Fim	0,16
	M [kNm]	Início	-18,00
		Fim	0,95
		Máximo	-
3	V [kN]	Início	2,20
		Fim	-3,80
	M [kNm]	Início	0,95
		Fim	-3,85
		Máximo	3,35
4	V [kN]	Início	3,05
		Fim	-2,95
	M [kNm]	Início	-3,85
		Fim	-3,54
		Máximo	0,81
5	V [kN]	Início	3,59
		Fim	-2,41
	M [kNm]	Início	-3,54
		Fim	0,00
		Máximo	2,90

Tabela A.4 - Esforços para o Caso 1.2

Madre	Esforço	Secção	Valor
1	V [kN]	Início	-4,88
		Fim	1,12
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	11,28
		Máximo	11,89
2	V [kN]	Início	1,12
		Fim	7,12
	M [kNm]	Início	11,28
		Fim	-13,43
		Máximo	-
3	V [kN]	Início	-5,22
		Fim	0,78
	M [kNm]	Início	-13,43
		Fim	-0,10
		Máximo	-
4	V [kN]	Início	-2,28
		Fim	3,73
	M [kNm]	Início	-0,10
		Fim	-4,44
		Máximo	2,46
5	V [kN]	Início	-3,74
		Fim	2,26
	M [kNm]	Início	-4,44
		Fim	0,00
		Máximo	2,52

Tabela A.5 - Esforços para o Caso 1.3

Madre	Esforço	Secção	Valor
1	V [kN]	Início	-1,29
		Fim	4,71
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	-10,23
		Máximo	0,82
2	V [kN]	Início	-6,04
		Fim	-0,04
	M [kNm]	Início	-10,23
		Fim	8,02
		Máximo	-
3	V [kN]	Início	-0,04
		Fim	5,96
	M [kNm]	Início	8,02
		Fim	-9,72
		Máximo	8,03
4	V [kN]	Início	-4,27
		Fim	1,73
	M [kNm]	Início	-9,72
		Fim	-2,09
		Máximo	-
5	V [kN]	Início	-3,35
		Fim	2,65
	M [kNm]	Início	-2,09
		Fim	0,00
		Máximo	3,50

Tabela A.6 - Esforços para o Caso 1.4

Madre	Esforço	Secção	Valor
1	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50
2	V [kN]	Início	-
		Fim	-
	M [kNm]	Início	-
		Fim	-
		Máximo	-
3	V [kN]	Início	2,40
		Fim	-3,60
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	-3,60
		Máximo	2,88
4	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	-3,60
		Fim	-3,60
		Máximo	0,90
5	V [kN]	Início	3,60
		Fim	-2,40
	M [kNm]	Início	-3,60
		Fim	0,00
		Máximo	2,88

Tabela A.7 - Esforços para o Caso 1.5

Madre	Esforço	Secção	Valor
1	V [kN]	Início	2,25
		Fim	-3,75
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	-4,50
		Máximo	2,50
2	V [kN]	Início	3,75
		Fim	-2,25
	M [kNm]	Início	-4,50
		Fim	0,00
		Máximo	2,50
3	V [kN]	Início	-
		Fim	-
	M [kNm]	Início	-
		Fim	-
		Máximo	-
4	V [kN]	Início	2,25
		Fim	-3,75
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	-4,50
		Máximo	2,50
5	V [kN]	Início	3,75
		Fim	-2,25
	M [kNm]	Início	-4,50
		Fim	0,00
		Máximo	2,50

Tabela A.8 - Esforços para o Caso 2.1

Madre	Esforço	Secção	Valor
1	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50
2	V [kN]	Início	-
		Fim	-
	M [kNm]	Início	-
		Fim	-
		Máximo	-
3	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50
4	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50
5	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50

Tabela A.9 - Esforços para o Caso 2.2

Madre	Esforço	Secção	Valor
1	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50
2	V [kN]	Início	-
		Fim	-
	M [kNm]	Início	-
		Fim	-
		Máximo	-
3	V [kN]	Início	-
		Fim	-
	M [kNm]	Início	-
		Fim	-
		Máximo	-
4	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50
5	V [kN]	Início	3,00
		Fim	-3,00
	M [kNm]	Início	0,00
		Fim	0,00
		Máximo	4,50